

## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОСНОВАНИЯ И НАДЗЕМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ЗДАНИЯ

**А. Г. ШАШКИН** – канд. техн. наук, член РОМГГиФ, генеральный директор НПО «Геореконструкция–Фундаментпроект» (Санкт-Петербург).

**К. Г. ШАШКИН** – канд. техн. наук, член РОМГГиФ, ведущий специалист НПО «Геореконструкция–Фундаментпроект» (Санкт-Петербург).

Рассмотрены основные вычислительные и теоретические проблемы совместных расчетов системы «основание–фундамент–здание», проанализированы основные подходы к учету нелинейных свойств работы грунта, а также сложности, возникающие при рассмотрении процесса деформаций во времени. Для решения этих проблем разработан программный комплекс FEM models, с помощью которого выполнен анализ основных закономерностей, проявляющихся при совместных расчетах основания и надземных конструкций здания.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

О необходимости совместного расчета основания и сооружения в российских нормах говорится с 1980-х гг. Однако в большинстве случаев это требование оставалось декларативным. До недавнего времени внедрение совместных расчетов в практику проектирования было практически невозможным. Дело в том, что расчет сооружения, как правило, некорректно выполнять в плоской или осесимметричной постановке, а для расчета основания в пространственной постановке с помощью метода конечных элементов не хватало возможностей вычислительной техники.

Различные упрощенные методы моделирования основания использовались прежде всего для расчета фундаментных плит – конструкций, расчет которых без учета основания лишен всякого смысла.

Упрощенные методы можно условно разделить на две группы:

основанные на аналитических решениях теории упругости;

основанные на более или менее произвольных гипотезах о характере работы основания (к ним относятся модели с одним, двумя и более коэффициентами постели и пр.)

Методы первой группы основаны на последовательном применении гипотезы о линейной деформируемости грунта. В результате решения мы получаем упрощенное представление о работе массива грунта, можем определить напряжения в любой точке, проверить соответствие напряжений пределу прочности (например, по теории Кулона–Мора). Такой подход оказался очень перспективным, поскольку позволил не только определить перемещения поверхности массива грунта, но и получить некоторые представления о работе грунта в глубине массива. На нем основаны так называемые инженерные методы расчета, вошедшие в строительные нормы многих стран мира. Недостатки его также широко известны: несоответствие расчетных размеров зоны деформирования экспериментальным данным (в реальности деформации затухают с глубиной быстрее, чем по теории упругости), преувеличение ширины воронки оседания и т. д. Для преодоления этих несоответствий вводятся различные эмпирические правила ограничения глубины сжимаемой толщи. К проблемам инженерных методов мы еще вернемся, а сейчас отметим, что эти методы более удобны для аналитических расчетов, нежели для численных.

К настоящему времени наиболее широкое распространение получили методы расчета с

применением коэффициентов постели. Самой простой моделью является основание Винклера, в котором величина реакции основания принята пропорциональной величине вертикального перемещения. Существует множество модификаций методов расчета (с одним, двумя и более коэффициентами постели), общим дефектом которых является большая или меньшая произвольность заложенных в них предположений. Эти подходы не дают никакого представления о напряженно-деформированном состоянии массива грунта, ограничиваясь эмпирическим описанием поведения его поверхности. В лучшем случае они не слишком далеко отходят от аналитических решений первой группы, в худшем – приводят к некорректным решениям (например, к изменению не только величины, но и знака эпюры моментов в фундаментной плите).

Приближенные методы расчета основания, безусловно, сыграли положительную роль в истории проектирования, позволив рассчитывать сооружения с помощью имевшейся в то время вычислительной техники. Однако, ограничиваясь приближенным решением упругой задачи, они практически не позволяли использовать достижения механики грунтов (не учитывали нелинейную работу грунта, деформирование во времени и т. д.). Развитие вычислительной техники открывает широкие возможности для совершенствования методов расчета основания и здания. Поэтому сегодня основной задачей совместных расчетов является использование последних достижений в области механики грунтов и расчета надземных конструкций здания. Такое объединение возможно только при моделировании пространственного массива основания и здания с помощью метода конечных элементов.

## 2. ОСНОВНЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ СОВМЕСТНЫХ РАСЧЕТОВ

### 2.1. Проблема объема вычислений

Главная трудность совместных расчетов состоит в необходимости выполнения огромного объема вычислений. Поэтому, говоря о совместных расчетах, мы неизбежно должны

коснуться технических проблем, связанных с поиском эффективных алгоритмов организации вычислений. Современная вычислительная техника предоставляет программистам большой объем доступной оперативной памяти, однако для обработки этих объемов может потребоваться значительное время. Сегодня можно говорить об изменении критерия выбора вычислительных алгоритмов: если раньше рассматривались алгоритмы, позволяющие выполнить вычисления с использованием ограниченного объема оперативной памяти, то в настоящее время основным условием становится скорость вычислений.

Для совместных расчетов необходимо построить эффективные алгоритмы решения больших систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Для моделирования надземных конструкций достаточно сложного сооружения с помощью пластинчатых и стержневых конечных элементов, например 16-этажного здания, требуется решить систему порядка одной-двух сотен тысяч степеней уравнений. Такая задача вполне по силам современной вычислительной технике. Однако при моделировании основания приходится описывать конечными элементами значительный пространственный объем массива грунта и иметь дело с системами не менее 500000 уравнений, а во многих случаях – более миллиона уравнений. Такие задачи очень сложны даже для современной вычислительной техники.

Анализ различных методов решения СЛАУ показал, что при использовании прямых методов время решения быстро возрастает с увеличением порядка системы, поэтому эти методы практически неприменимы для решения задач совместного расчета на стандартном вычислительном оборудовании. Мы уделили особое внимание итерационным методам, наиболее приспособленным для решения систем с разреженными матрицами высокого порядка. Время решения задачи при использовании итерационных методов больше зависит от числа обусловленности матрицы системы, чем от порядка системы уравнений. Поскольку число обусловленности матрицы системы при решении задач расчета конструкций с использованием МКЭ как правило достаточно велико, применение итерационных

методов возможно только при условии предварительного преобразования системы уравнений. Такое преобразование называется *предобусловливанием*. Таким образом, ключевым моментом при использовании итерационных методов является выбор эффективного предобусловливателя.

Очевидно, что, чем лучше предобусловливатель  $M$  аппроксимирует матрицу  $A$ , тем ближе  $\tilde{A} = M^{-1}A$  будет к единичной матрице и тем меньшим окажется ее число обусловленности. Однако для эффективной работы алгоритмов должна достаточно просто решаться система  $Mz = r$ .

Для лучшей аппроксимации матрицы  $A$  матрицу  $M$  можно представить в виде некоторого разложения на множители (например,  $LU$ -разложения по схеме Гаусса,  $LL^T$ -разложения Холецкого,  $QR$ -разложения, где  $Q$  – ортогональная, а  $R$  – правая треугольная матрица). В этом случае решение системы  $Mz = r$  не представляет значительной сложности. Очевидно, что, если в качестве матрицы  $M$  взять  $LU$ - или  $LL^T$ -разложения матрицы  $A$ , то  $\tilde{A} = M^{-1}A = E$ . В этом случае применение итерационных методов не имеет смысла. Однако, если взять в качестве предобусловливателя  $LU$ - или  $LL^T$ -разложения матрицы  $A'$ , в каком-то смысле близкой к  $A$ , то можно ожидать, что матрица  $\tilde{A} = M^{-1}A$  будет приближаться к единичной. Прежде всего это приближение будет выражаться в сужении спектра матрицы, т. е. уменьшении числа обусловленности, а следовательно, будет приводить к ускорению сходимости итерационных методов.

На этой идее основаны предобусловливатели, получаемые по схеме неполного разложения. Наиболее часто для решения СЛАУ применяется предобусловливатель, основанный на неполном разложении по алгоритму Холецкого. Идея построения предобусловливателя чрезвычайно проста: при выполнении  $LL^T$ -разложения матрицы  $A$  используется исходная структура разреженности матрицы, т. е. не производится ее заполнение новыми ненулевыми элементами. Такой предобусловливатель позволяет значительно сократить время решения многих задач по сравнению с прямыми методами расчета. В частности, он оказывается чрезвычайно эффективным для

решения задач расчета напряженно-деформированного состояния основания без учета работы надземных конструкций. Однако для ряда задач применение неполного разложения Холецкого не приводит к заметному уменьшению числа обусловленности преобразованной системы, что сказывается на низкой скорости сходимости итерационных методов.

Для улучшения свойств предобусловливателя, основанного на неполном разложении, были предложены различные стратегии частичного резервирования новых ненулевых элементов. Однако в большинстве своем эти стратегии основаны на эвристических соображениях и их общим недостатком является отсутствие гарантий уменьшения числа обусловленности преобразованной системы. Применение этих алгоритмов в ряде случаев не приводит к уменьшению числа обусловленности, а следовательно, решение некоторых задач остается практически невозможным. К ним, как правило, относятся задачи, включающие пластинчатые и стержневые элементы при достаточно подробной разбивке сетки конечных элементов. Такие элементы широко используются при моделировании работы надземных конструкций зданий, поэтому решение подобных задач является крайне актуальным.

При разработке программы для выполнения совместных расчетов нами предложен новый алгоритм построения предобусловливателя с контролем спектральных свойств преобразованной матрицы, который гарантирует заданное уменьшение числа обусловленности в соответствии с параметром  $\square$  по выражению

$$\text{cond}(\tilde{A}) \leq 1 + \xi \square \text{cond}(A). \quad (1)$$

На практике (рис. 1) число обусловленности предобусловленной матрицы всегда оказывается ниже оценки (1).

Для большинства задач время решения оказывается не очень чувствительным к величине параметра  $\square$ . Как видно из рис. 2, при уменьшении параметра  $\square$  уменьшается количество итераций, необходимых для достижения заданной точности, однако увеличивается объем зарезервированной памяти, что приводит к увеличению затрат времени на

каждую итерацию. В результате эти два процесса уравнивают друг друга, и общее время решения задачи (см. рис. 2, в) достаточно слабо зависит от величины  $\alpha$ . Для большинства практических задач назначение параметра  $\alpha$  в пределах 0,1...0,01 обеспечивает достаточно высокую скорость решения СЛАУ.

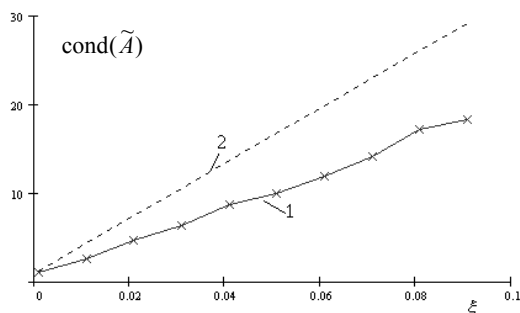


Рис. 1. Зависимость числа обусловленности преобразованной матрицы  $\text{cond}(\tilde{A})$  от  $\alpha$ : 1 – вычисленное с использованием разработанного алгоритма; 2 – по оценке (1)

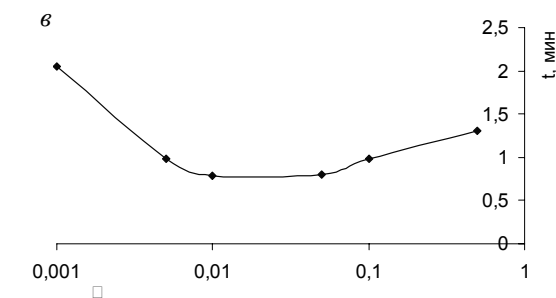
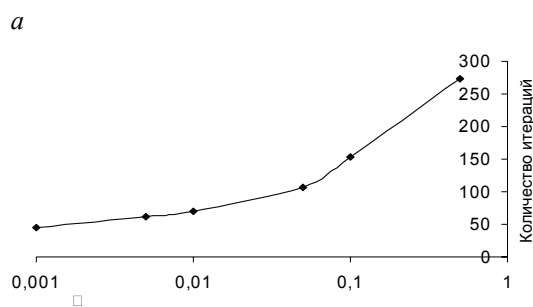


Рис. 2. Зависимость от величины параметра  $\alpha$  числа итераций (а); величины зарезервированной памяти (б) и времени решения задачи (в)

Как показывает практика, такой алгоритм позволяет эффективно решать любые задачи совместного расчета, в том числе при использовании для моделирования работы конструкций здания стержневых и пластинчатых систем. Наименьшая степень ускорения характерна для плохообусловленных тонкостенных пластинчатых систем без учета работы основания и составляет 3...5 раз по сравнению с прямыми методами (рис. 3).

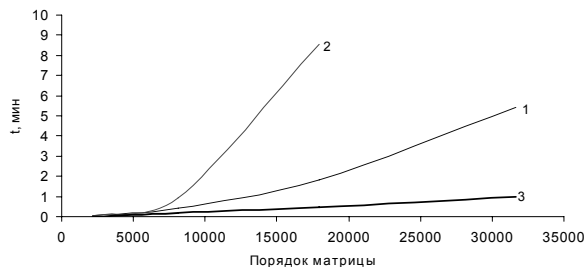


Рис. 3. Зависимость времени решения тонкостенной пластинчатой системы от порядка матрицы при использовании: 1 – прямого метода; 2 – метода сопряженных градиентов с применением неполного разложения Холецкого; 3 – метода сопряженных градиентов с использованием алгоритма с контролем спектральных свойств матрицы

Для задач расчета основания и совместного расчета степень ускорения решения задач составляет 5...100 раз. Таким образом, применение предложенного нами алгоритма построения предобусловливателя с контролем спектральных свойств преобразованной матрицы позволяет решать системы порядка

нескольких миллионов степеней свободы на рядовой вычислительной технике.

## 2.2. Проблемы программной реализации совместных расчетов

Другой технической проблемой совместных расчетов является объединение моделей механики грунтов и моделей строительной механики, описывающих работу надземных конструкций, в одной расчетной программе. Эта проблема связана со сложившейся практикой раздельных расчетов. Большинство существующих программных комплексов ориентировано либо на расчет основания, либо на расчет надземных конструкций. Существующие «универсальные» программные комплексы (позволяющие решить огромный круг задач машиностроения, космической и оборонной промышленности и т. д.) не содержат в полной мере современных моделей механики грунтов. Поэтому мы поставили задачу создания универсальной системы, удобной для выполнения совместных расчетов основания и сооружения.

Как показывает опыт создания расчетных программ, их успешное применение и «долгослетие» возможны только при выполнении следующих требований:

1. Программа должна иметь удобный для пользователя интерфейс. При решении пространственных задач совместного расчета расчетные схемы здания и основания в большинстве случаев представляют собой весьма сложные геометрические объекты. Без удобных средств создания и редактирования пространственных расчетных схем решение задач совместного расчета останется применимым только для объектов с простейшей геометрией.

2. Программа должна предоставлять возможность объединения в рамках одной расчетной схемы различных конечно-элементных моделей, описывающих работу надземных конструкций и основания. При этом необходимо предусмотреть возможности решения нелинейных задач в пошаговом режиме с учетом последовательности нагружения, а также решения задач деформирования во времени – для рассмотрения реологических и динамических задач.

3. Программа должна обеспечивать решение упругих (линейных) и нелинейных (в физическом и геометрическом отношении) задач. При решении нелинейных задач необходимо предоставить возможность использования различных алгоритмов, поскольку их эффективность неодинакова и зависит от вида задачи.

4. Программа должна быть приспособлена к введению в нее новых моделей работы грунта и материалов надземных конструкций, а также новых видов конечных элементов с различными принципами построения матрицы жесткости. Назовем это свойство *открытостью* программы.

5. Программа должна иметь средства, максимально упрощающие разработку новых конечно-элементных моделей, в противном случае она будет отставать от последних достижений в области механики грунтов и достаточно быстро устареет.

6. Основные принципы заложенных в программу нелинейных моделей должны быть доступны для изучения и тестирования. Во многих коммерческих программах конечно-элементные модели, описывающие сложную нелинейную работу материалов, скрыты от пользователя и представляют своего рода «черный ящик», что вызывает закономерное недоверие к ним у ряда расчетчиков. Наличие подробного описания не снимает этой проблемы полностью. Наиболее радикальное решение данной проблемы – это предоставление открытых исходных текстов программной реализации моделей. В этом случае для изучения доступны все детали работы модели. Назовем данное свойство программы *прозрачностью*.

7. Программа должна обеспечивать удобное и наглядное представление результатов расчета. Для задач совместного расчета с десятками тысяч узлов конечно-элементной сетки представление результатов в табличном виде совершенно неприемлемо, так как не позволяет анализировать результаты расчета. Поэтому предпочтительнее выводить результаты в графическом виде (эпюры, изолинии и т. п.) с возможностью получения точных числовых значений в произвольных, указанных пользователем, точках.

8. Программа должна иметь средства, упрощающие создание сложных пространственных схем надземных конструкций и основания по данным геологических изысканий.

Для выполнения указанных требований нами была выполнена тщательная проработка структуры программы для совместного расчета основания и надземных конструкций зданий. Требования *открытости* и *прозрачности* предопределили модульную структуру программы, позволяющую добавлять модули, включающие описание новых конечно-элементных моделей без изменения основного ядра программы. Схематично структура программы представлена на рис. 4. Основными ее частями являются *редактор КЭ сеток*, *модуль решения систем линейных уравнений* и *библиотека описаний конечно-элементных моделей*.

Программа получила название *FEM models* (модели метода конечных элементов). Название связано с одной из основных отличительных черт программы – простотой

разработки в ее рамках новых конечно-элементных моделей, позволяющих решать самые разнообразные задачи. Для создания, редактирования и просмотра подключенных к программе модулей, содержащих программные реализации конечно-элементных моделей, служит *редактор КЭ моделей*. Он включает функции, упрощающие создание программной реализации моделей. Модуль, обеспечивающий решение СЛАУ, основан на эффективных алгоритмах, изложенных выше. Библиотека КЭ моделей содержит набор модулей, в которых представлена программная реализация моделей поведения различных материалов и конструкций.

Для обеспечения взаимодействия частей программы необходима определенная система стандартов, которой должны отвечать все подключаемые модули, содержащие конечно-элементные модели. Эта система стандартов, с одной стороны, должна быть относительно простой (чтобы не создавать ненужных сложностей при написании программной реализа-

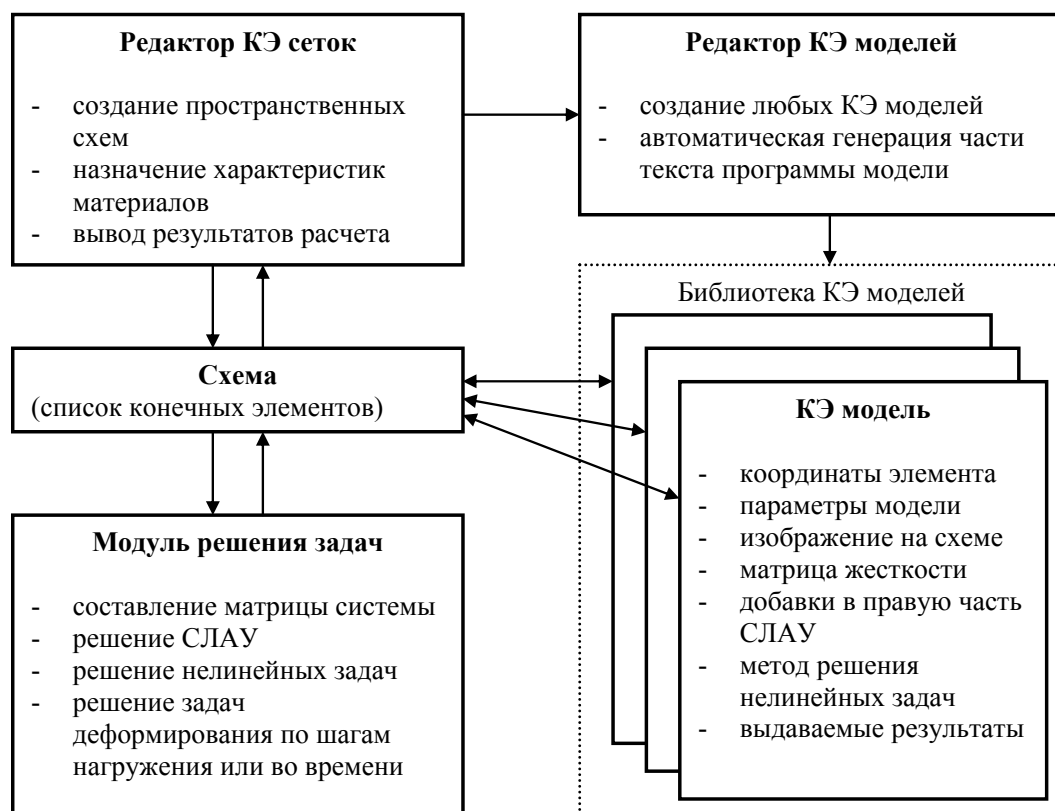


Рис. 4. Схема структуры программы для решения задач совместного расчета (стрелками обозначено взаимодействие модулей программы)

ции моделей), а с другой – достаточно универсальной и пригодной для описания практически любой конечно-элементной модели.

При разработке программы *FEM models* были проанализированы различные конечно-элементные модели, используемые для задач статики, динамики, теплопроводности, фильтрации и т. п. и создан стандарт, отражающий общие черты практически любых конечных элементов. Этот стандарт был назван *структурой универсального конечного элемента*.

Для использования единого модуля решения СЛАУ необходимо было также стандартизировать процесс решения различных задач, для этого был разработан *обобщенный алгоритм решения конечно-элементных задач*.

Для использования принципов объектно-ориентированного программирования при модульной структуре программы наиболее удобна технология COM (Component Object Model). Эта технология, получившая в дальнейшем название ActiveX, была разработана фирмой Microsoft и широко используется в программировании. Технология COM представляет собой набор стандартов, накладываемых на реализацию модуля, который позволяет совместно работать частям программы, написанным разными разработчиками на различных языках программирования.

С точки зрения программиста, каждый элемент в рамках структуры универсального конечного элемента представляет собой COM-объект. Детали реализации COM-объектов достаточно сложны, однако при использовании встроенного в программу *FEM models редактора КЭ моделей* требования технологии COM выполняются автоматически и глубоких знаний внутренней структуры COM-объектов от разработчика модели не требуется. Фактически *редактор КЭ моделей* является надстройкой над языком программирования, позволяющей в простой и наглядной форме представлять программную реализацию конечно-элементных моделей. Эффективность его применения подтверждается тем, что в настоящее время в разработке конечно-элементных моделей активно участвуют специалисты в области механики грунтов и строительной механики, не являющиеся профессиональными программистами.

### 3. ОСНОВНЫЕ ЭФФЕКТЫ, ПРОЯВЛЯЮЩИЕСЯ ПРИ СОВМЕСТНЫХ РАСЧЕТАХ И ИХ УЧЕТ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ

На данном этапе мы не будем концентрировать внимание на различиях в работе основания при расчете по разным моделям, а остановимся на общих закономерностях, проявляющихся при моделировании работы сооружения и пространственного массива грунта.

Большинство рассмотренных ниже закономерностей давно известны в механике грунтов, однако укоренившаяся практика раздельных расчетов приводит к тому, что эти эффекты часто не учитываются проектировщиками надземных конструкций зданий.

Основным следствием учета совместной работы конструкции и основания является перераспределение напряжений в основании и усилий в конструкции. Неравномерность осадок, как и следовало ожидать, уменьшается по сравнению с расчетом без учета жесткости конструкции, при этом в конструкциях появляются дополнительные усилия, связанные с неравномерностями осадок. В результате средняя осадка здания меняется незначительно, однако весьма существенно изменяются вычисленные неравномерности осадок. Рассмотрим подробнее закономерности, проявляющиеся при совместном расчете зданий на различных фундаментах.

#### 3.1. Закономерности работы фундаментов на естественном основании

В любом учебнике по механике грунтов можно найти решение задачи теории упругости о распределении давления под жестким штампом. Для этого решения характерны бесконечные значения напряжений под краями жесткого штампа. Конечно, в реальном материале существование бесконечных напряжений невозможно. Поэтому с учетом характеристик прочности грунта эпюра контактных давлений примет «седлообразное» очертание. При увеличении нагрузок на штамп эпюра контактных давлений несколько выравнивается, и только при приближении нагрузки к предельной (образовании поверхностей скольжения) вид эпюры принципиаль-

но меняется. Очевидно, нагрузка от реальных зданий на плитном фундаменте не может близко подходить к критической (в противном случае запроектированный фундамент будет крайне опасным), поэтому в подавляющем большинстве случаев эпюра давлений по подошве плитного фундамента достаточно жесткого здания будет иметь «седлообразный» вид.

Эта неравномерная эпюра давлений, естественно, должна находить отражение в напряжениях в надземных конструкциях здания. Жесткость фундаментных плит, как правило, существенно меньше жесткости стен, поэтому неравномерные напряжения будут восприниматься прежде всего продольными и поперечными несущими стенами здания. Тем не менее, несмотря на всю очевидность высказанных соображений, в расчетах надземных конструкций здания увеличение напряжений в краевых зонах здания редко принимают во внимание.

Рассмотрим конкретный пример проектирования 16-этажного жилого здания, на котором можно проследить характерные противоречия, проявляющиеся при раздельных расчетах. При традиционном раздельном проектировании геотехник получает задание в виде

распределенных нагрузок от стен здания, которые должны воспринять фундаменты. Однако приложение таких нагрузок на основание приведет не только к развитию осадок, но и к изгибу фундаментной плиты (рис. 5).

Такая картина деформаций, очевидно, является абсолютно нереальной, поскольку несущие стены 16-этажного здания не могут позволить развиваться такой неравномерности осадок. Действительно, если мы учтем жесткость этих стен, основание будет работать, как под жестким штампом (рис. 6).

Абсолютная величина осадки в центральной части изменилась незначительно, поэтому, если бы мы ограничились расчетом осадки, у нас создалось бы ложное впечатление о том, что учет совместной работы основания и надземных конструкций не привел к существенному изменению результата.

Рассмотрим, какие изменения происходят в поле напряжений в надземных конструкциях здания. В краевых нижних зонах несущих стен (первые 3–4 этажа), обеспечивающих сопротивление здания изгибу (рис. 7), наблюдается рост напряжений. Нормальные усилия увеличиваются в этих зонах втрое, а в средней части имеет место почти трехкратная разгрузка. Выше четвертого этажа этот эффект исчезает

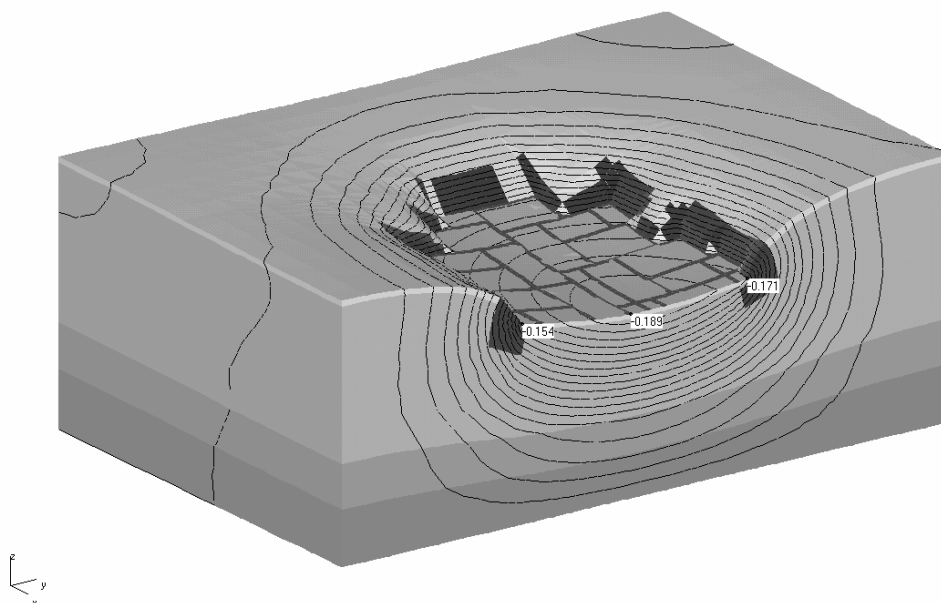


Рис. 5. Деформированная схема и изолинии осадок (м) фундаментной плиты и окружающего грунта (темным цветом обозначены зоны предельного состояния грунта)



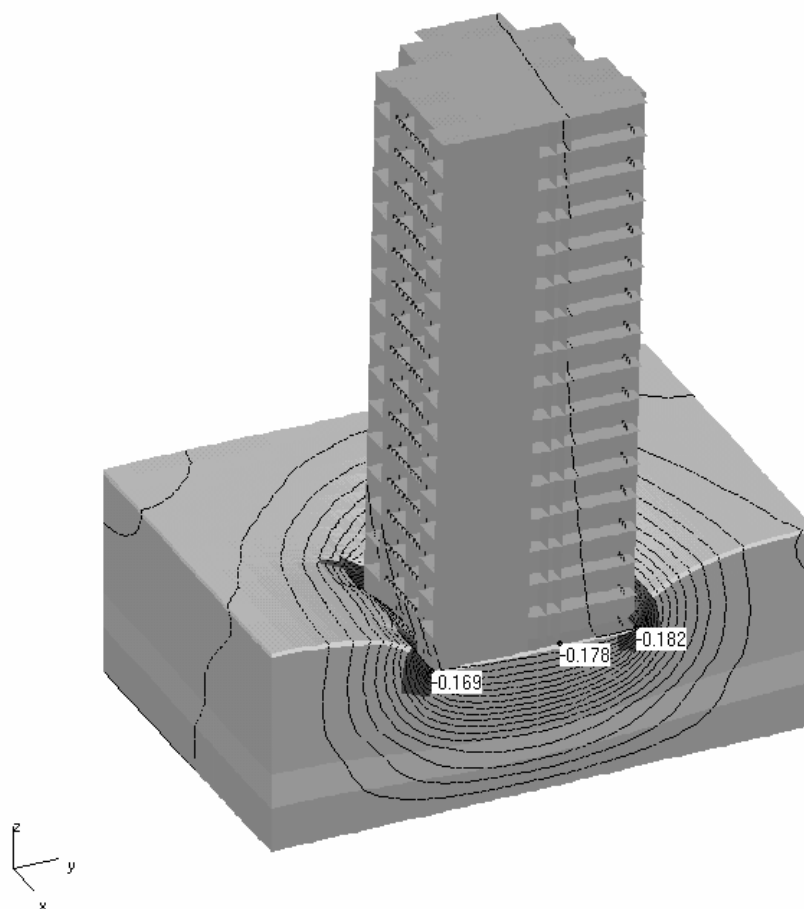


Рис. 6. Деформированная схема и изолинии осадок (м) здания и окружающего грунта (разрез) (темным цветом обозначены зоны предельного состояния грунта)

и наблюдается сходная картина распределения напряжений по совместной и раздельной схемам расчета.

Как видно, в результатах совместного расчета должен быть в большей степени заинтересован не геотехник, а проектировщик надземных конструкций, поскольку более чем в три раза увеличатся усилия. Нельзя не учитывать при проектировании здания. Если конструкции здания выполняются из монолитного железобетона, в зонах концентрации напряжений следует предусмотреть дополнительное армирование. В кирпичных же зданиях увеличение напряжений в кладке может оказаться недопустимым. В этом случае необходимо либо рассматривать вариант фундамента, обеспечивающий уменьшение абсолютных величин и неравно-

мерностей осадок (например, свайный), либо предусмотреть в нижней части здания конструкции, воспринимающие дополнительные усилия.

Последний вариант был реализован при строительстве другого 16-этажного кирпичного здания в сходных инженерно-геологических условиях. На основании расчетного анализа этого здания было предложено создание монолитных железобетонных коробчатых конструкций в пределах подвального и первого этажей с введением дополнительных поперечных стен, увеличивающих жесткость конструкции. Как показал расчет, создание такого жесткого «стола» обеспечивает допускаемые абсолютные величины и относительные неравномерности осадок здания даже без учета жесткости кирпичных стен (рис. 8, а).

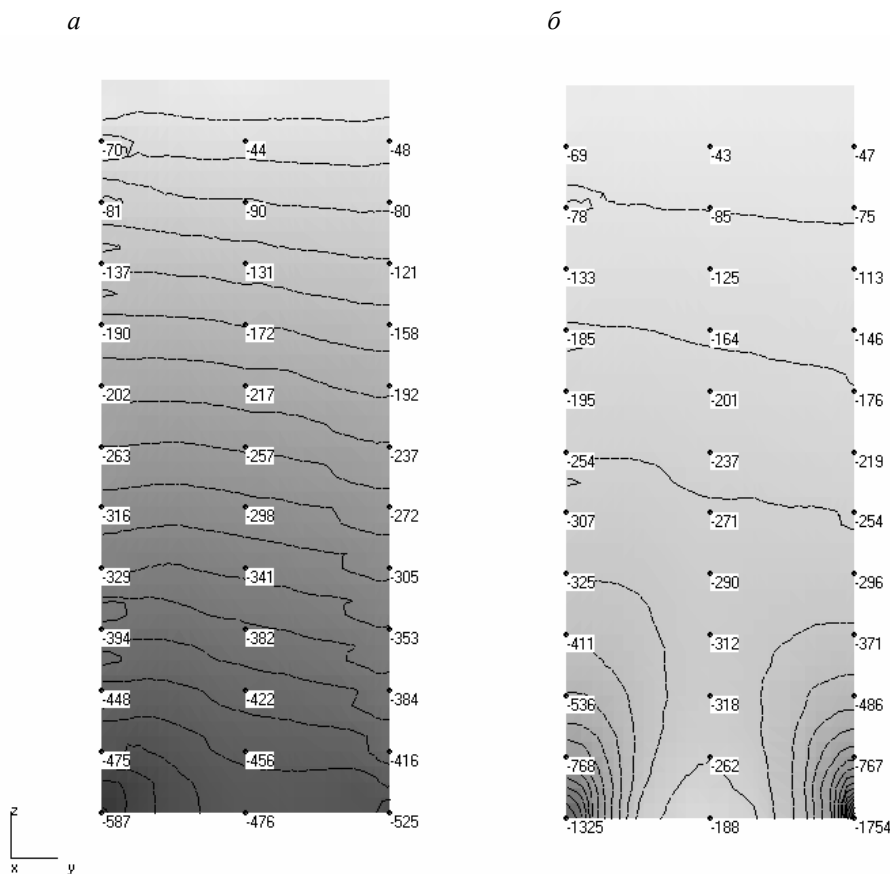


Рис. 7. Изолинии усилий в поперечной стенке: а – без учета деформируемости основания; б – по совместному расчету (кН/пог. м)

При учете работы кирпичных стен возникающие в них усилия не превышают допускаемых значений, зоны концентрации напряжений, наблюдавшиеся в предыдущем примере, не получают развития (рис. 9).

Таким образом, предложенная монолитная конструкция подвального и первого этажей позволила воспринять усилия, вызванные неравномерной деформируемостью основания и выравнять деформации здания.

### 3.2. Закономерности работы свайных фундаментов

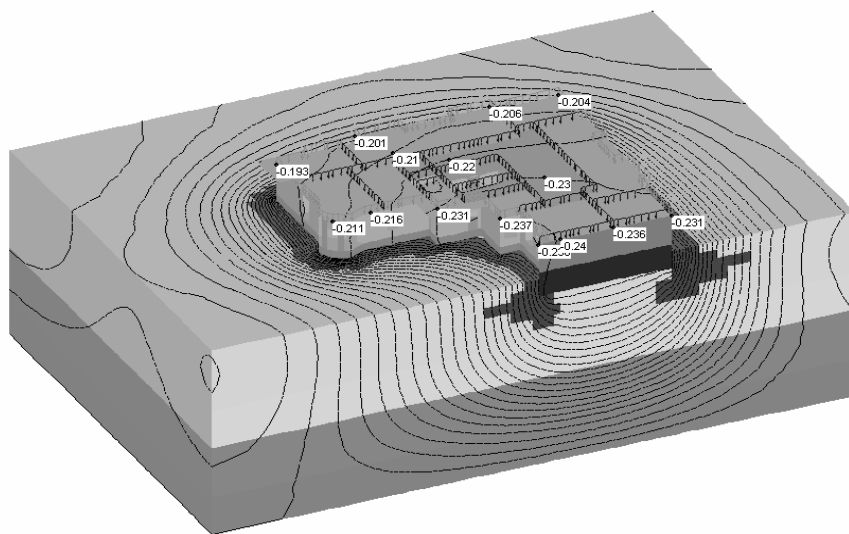
Эффект концентрации напряжений в крайних зонах конструкций здания наблюдается и при совместных расчетах зданий на свайных фундаментах. В этом случае перераспределение напряжений проявляется в увеличении усилий в крайних сваях и снятии нагрузок со

свай, расположенных в центре здания. Такой эффект давно известен для свайных кустов («кустовой эффект»). При большой длине свай и их относительно частом расположении он, естественно, должен проявляться в пределах всего свайного поля. Подробные экспериментальные и теоретические исследования выполнены профессором Р. Катценбахом.

На рис. 10 приведены изолинии осадок комплекса разноэтажных зданий на территории Васильевского острова в Санкт-Петербурге. На рис. 11 показано распределение усилий в сваях фрагмента свайного поля. Наиболее нагруженными оказываются крайние и, особенно, угловые сваи.

Несмотря на известность этих эффектов, результаты подобных расчетов часто вызывают удивление у проектировщиков. Это связано с укоренившейся практикой расчета здания

*a*



*б*

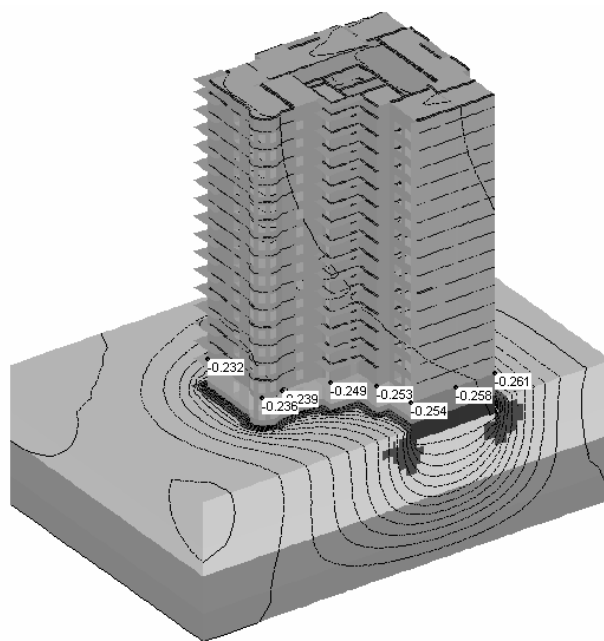


Рис. 8. Изолинии осадок здания (м): *a* – без учета жесткости кирпичных стен; *б* – с учетом жесткости всей конструкции (темным цветом показаны области предельного состояния грунта)

на свайном фундаменте, когда сваи моделируются в виде упругих опор одинаковой жесткости. При этом жесткость «пружинок», заменяющих сваи, выбирается по результатам статических испытаний свай. Нетрудно убедиться, что при таких расчетах введение даже незначительной податливости свай приводит к практически равномерному распределению нагрузок на них. В целом такой подход явля-

ется совершенно некорректным, поскольку при испытании свай (длящемся 1–2 суток) не успевают проявиться длительные процессы, происходящие при осадках здания в течение десятилетий. Поэтому прямой связи между деформациями свай при испытаниях и осадками свай под зданием не существует. Кроме того, моделирование свай упругими связями одинаковой жесткости не учитывает их взаи-

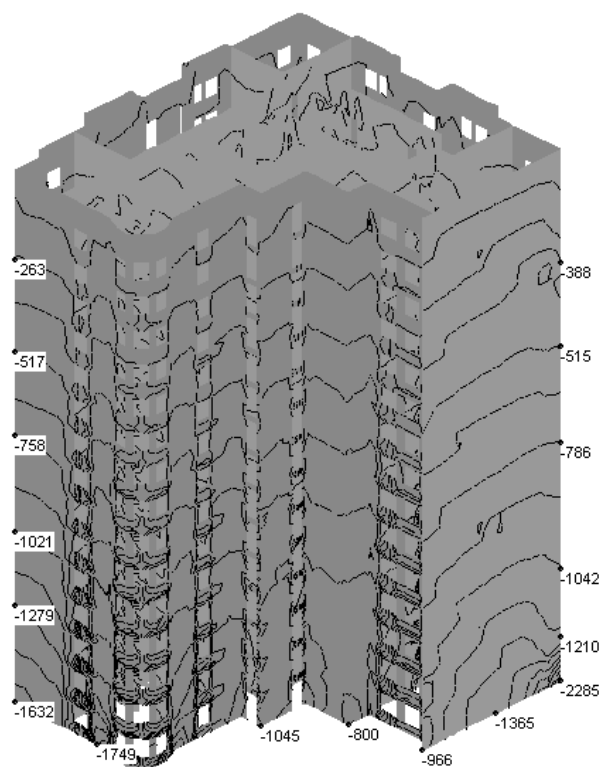


Рис. 9. Изолинии вертикальных нормальных напряжений (кПа) в кирпичных стенах здания (выше жесткого «стола»)

модействие друг с другом, поэтому при таком моделировании остается неучтенным «кустовый эффект», а следовательно, и эффект неравномерного распределения нагрузок на сваи.

При расчетах усилия в крайних сваях зачастую превышают несущую способность свай, что также может вызвать недоверие к расчетам. Казалось бы, учет нелинейной работы грунта должен приводить к выравниванию усилий в сваях. Как показывают нелинейные расчеты, некоторое перераспределение усилий по сравнению с упругим решением действительно имеет место, однако полного выравнивания усилий в сваях не происходит. При сравнении усилий в сваях по результатам совместного расчета с несущей способностью свай не следует забывать об относительности

понятия «несущая способность свай». Распространенное среди проектировщиков мнение, что усилие в свае не может быть больше несущей способности в целом, неверно. При отсутствии явно выраженного «срыва» сваи несущая способность определяется условным пределом, соответствующим некоторому перемещению сваи (при этом отечественные и зарубежные нормы по-разному ограничивают величину этого перемещения). Осадки здания, как правило, превышают эти значения перемещения при испытании свай, поэтому естественно предположить, что усилия в сваях могут, по крайней мере, быть не меньше соответствующих усилий по кривой «нагрузка–осадка», полученной при статических испытаниях.

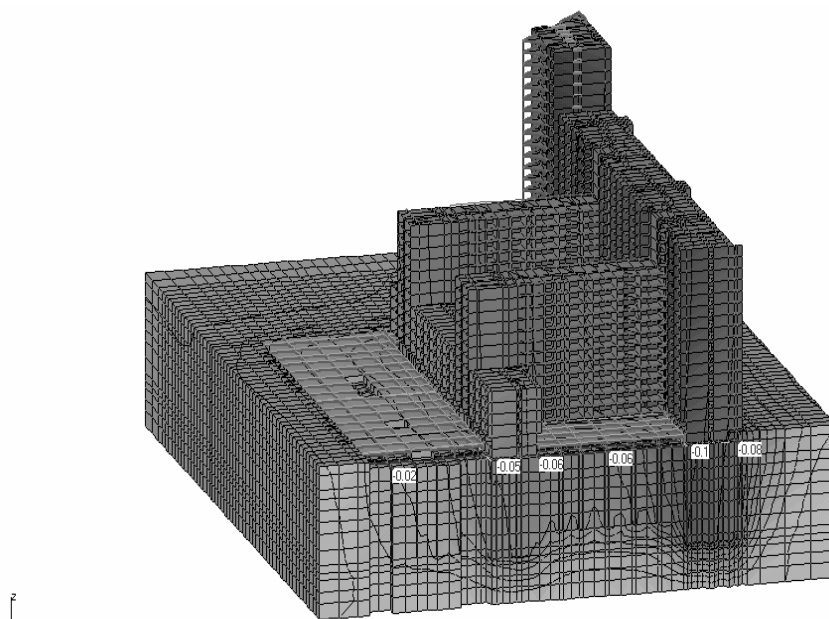


Рис. 10. Изолинии осадок зданий (м) по сечению

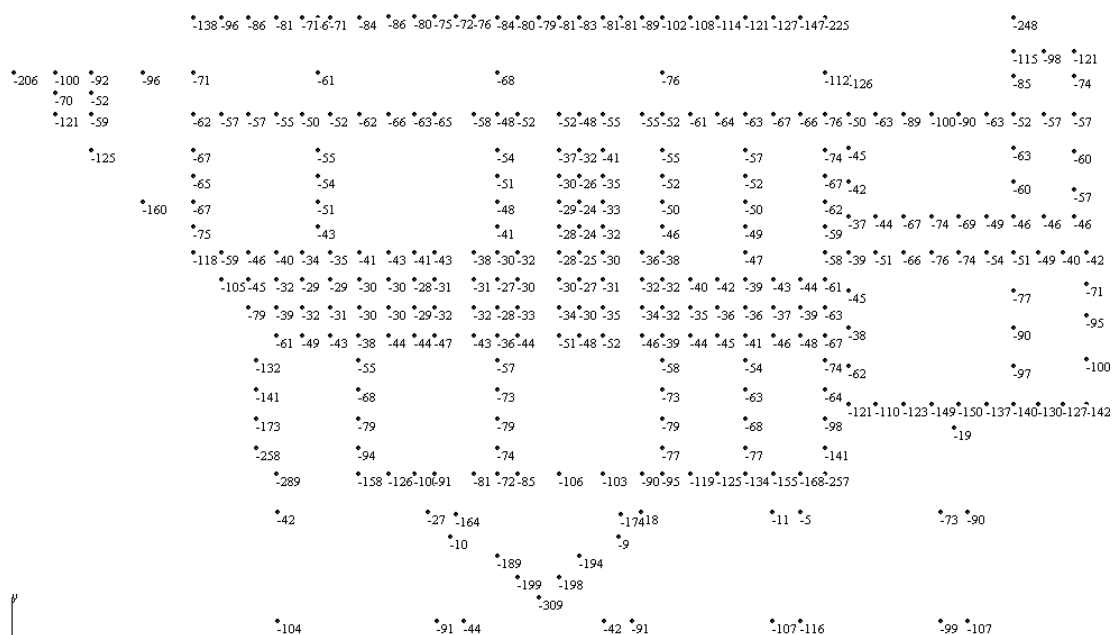


Рис. 11. Нагрузки на сваи (тс) в области примыкания 20-этажного здания

Кроме того, при испытании одиночной сваи не проявляется эффект взаимодействия свай. Действительно, наличие на небольшом расстоянии нагруженных свай должно увеличивать сопротивление сваи по острию, подобно тому, как наличие пригрузки увеличивает расчетное сопротивление основания под

фундаментом. Испытания свай под возведенными конструкциями зданий показывают, что несущая способность свай в свайном поле значительно увеличивается.

В то же время хотелось бы предостеречь проектировщиков от преждевременного слишком смелого использования эффекта увеличе-

ния несущей способности свай в свайном поле. Для его осознанного применения в практике проектирования нужны специальные теоретические и экспериментальные исследования.

Более того, при конструировании зданий следует учитывать негативную сторону отмеченного нами «кустового эффекта». Конструкции ростверка и сами сваи по краям здания должны быть способны воспринять усилие, превышающее расчетную нагрузку и несущую способность свай по грунту. В противном случае возможно разрушение свай или конструкций ростверка по материалу с выключением свай из работы. Неравномерное распределение усилий в свайном поле приводит к возникновению дополнительных усилий в надземных конструкциях здания (подобное перераспределение наблюдалось нами при фундаментах на естественном основании), что должно быть учтено при проектировании.

#### 4. ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В СОВМЕСТНЫХ РАСЧЕТАХ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ

Рассмотренные выше эффекты, как уже отмечалось, наблюдаются при моделировании основания по самым различным моделям механики грунтов. Однако для проектирования конструкций здания нам необходима не только качественная картина особенностей взаимодействия здания и основания, но и количественная оценка усилий и деформаций. Внутренняя логика совместных расчетов ставит перед механикой грунтов новые требования к точности вычисления величин деформаций основания. К сожалению, нужно констатировать, что механика грунтов оказалась не вполне готовой к этим требованиям. Многие процессы, происходящие в грунтах, до сих пор не имеют адекватного физического объяснения, в связи с чем применение феноменологических моделей может приводить к некорректным результатам. При этом к неточностям, связанным с естественным разбросом свойств грунтов добавляются ошибки, обусловленные неправильным моделированием особенностей работы грунта, несоответствием расчетных моделей процессам, происходящим в массиве грунта.

Сказанное не должно приводить к отказу от совместных расчетов, наоборот, следует стремиться к разработке более точных моделей работы грунта, базирующихся на целостной системе представлений о физических процессах, происходящих в основании.

##### 4.1. Критический анализ распространенных нелинейных моделей

Традиционно для расчета осадок зданий используются инженерные или численные методы, основанные на соотношениях теории упругости. К таким методам относятся изложенные в российских нормах методы послойного суммирования и линейно-деформируемого слоя. Известно, что при моделировании грунта бесконечным упругим полупространством мы получаем слушом большую глубину деформируемой зоны грунта, что противоречит экспериментальным данным, и слишком широкую воронку оседания. Для приближения расчетов к реальности в методы, основанные на соотношениях теории упругости, вводят эмпирические ограничения глубины сжимаемой толщи. Приближенный характер исходных предположений, заложенных в эти методы, приводит к низкой точности вычисляемых величин осадок. В Санкт-Петербурге существует множество зданий, наблюдаемые осадки которых во много раз превышают рассчитанные по действующим нормам. Отметим, что методы расчета осадок и правила ограничения сжимаемой толщи были разработаны для фундаментов на естественном основании. Очевидно, что работа основания свайных фундаментов (особенно при большой длине свай, погруженных в глинистые грунты) существенно отличается от работы грунта под плитой или ленточным фундаментом, в связи с чем применимость этих методов для расчета свайных фундаментов представляется сомнительной.

Для более точного расчета деформаций основания необходимо использовать модели, учитывающие нелинейную связь между напряжениями и деформациями. В простейших упругопластических моделях в расчет дополнительно вводятся прочностные характеристики грунтов. Эти модели позволяют учесть нелинейный характер деформирования основания при увеличении нагрузки. Крите-

рий предельного состояния в этом случае представлен в виде некоторой поверхности в пространстве главных напряжений, ограничивающей области возможных напряжений для данного материала. В механике грунтов наиболее часто используется предельная поверхность, определяемая критерием Кулона–Мора (рис. 12).

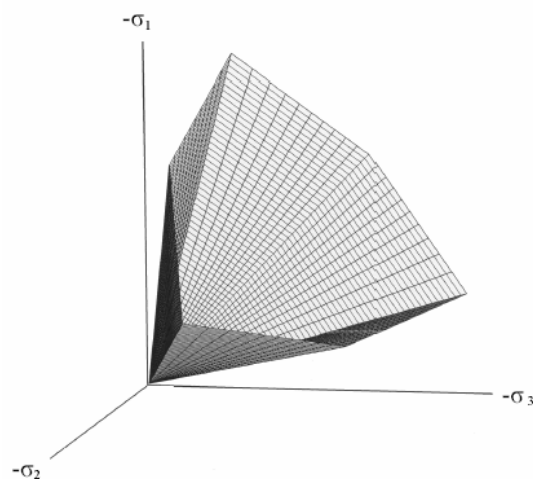


Рис. 12. Предельная поверхность, определяемая критерием Кулона–Мора

Достоинством подобной модели является использование традиционных параметров (модуля деформации, удельного сцепления и угла внутреннего трения), получаемых в стандартных для России инженерно-геологических изысканиях. К недостаткам же относятся игнорирование нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями при сжатии в компрессионных условиях, а также допущение о равенстве модулей деформации на стадии нагрузки и разгрузки.

Следствием первого недостатка является отсутствие локализации деформаций с глубиной, что противоречит опытным данным. При расчете осадок зданий на модели требуется искусственное введение ограничения сжимаемой толщи, как в инженерных методах (в противном случае получаемая величина осадки оказывается сильно завышенной).

Второй недостаток приводит к аномально большим расчетным значениям поднятия дна котлованов при глубоких выработках. Это ограничивает возможность применения моде-

ли Кулона–Мора при расчете ограждающих конструкций котлованов.

Для более корректного учета нелинейных свойств грунтов в мировой расчетной практике используются так называемые шатровые или упрочняющиеся модели. В них упругая область в пространстве главных напряжений ограничена не только некоторой предельной поверхностью (например, описываемой критерием Кулона–Мора), но и криволинейной выпуклой поверхностью «шатра». Использование упрочняющихся моделей позволяет учитывать изменение модуля деформации по глубине для нормально уплотненных и переуплотненных грунтов и тем самым избавиться от искусственного ограничения сжимаемой толщи.

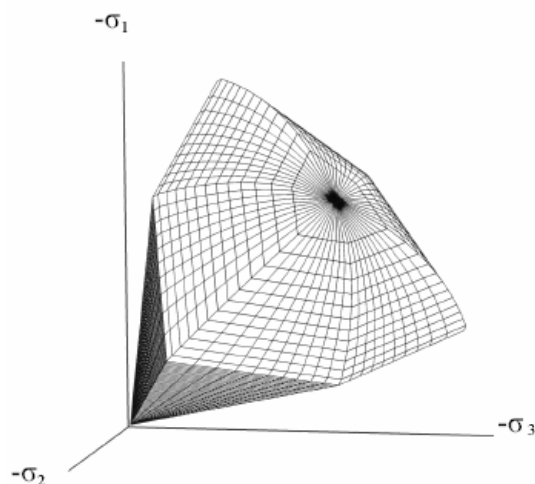


Рис. 13. Пример предельной поверхности для шатровых моделей

В классической упрочняющейся модели Cam Clay, разработанной К. Н. Roscoe, J. B. Borland, в качестве поверхности нагружения принимается эллиптическая поверхность, обоснованная энергетически и определяемая достаточно простым уравнением. Согласно принятой ими концепции критического состояния, любая точка на поверхности нагружения в координатах главных напряжений соответствует одинаковым объемным пластическим деформациям грунта при различных сочетаниях напряжений, действующих на элемент среды.

Предполагается, что упрочнение грунта носит изотропный характер, а в качестве параметра упрочнения принимается величина накопленных объемных пластических деформаций.

Линия критического состояния в координатах инвариантов тензора напряжений представляет собой прямую линию с уравнением

$$\tau = Mp, \quad (1)$$

где  $\tau = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ ;  $p$  – среднее напряжение.

Деформации грунта полностью обратимы, если уровень напряжений, действующих на элементарный объем грунта, не выходит за пределы поверхности нагружения, ограничивающей зону I на рис. 14. Активное нагружение грунта, выходящее за пределы упругой зоны, приводит к развитию как обратимых, так и необратимых деформаций, а также к изменению положения поверхности нагружения (см. рис. 14). В соответствии с правилом Койттера предполагается, что вектор пластических деформаций  $\square_p$  направлен перпендикулярно поверхности нагружения, т. е. последняя является поверхностью пластического потенциала.

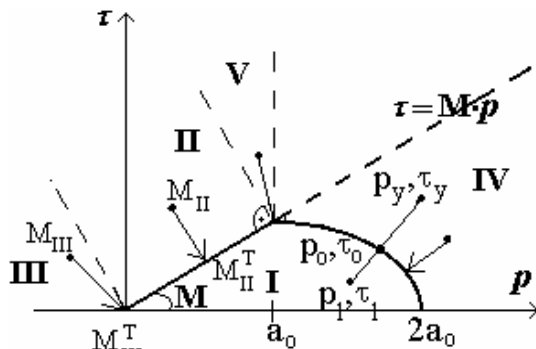


Рис. 14. Определение теоретических напряжений при постановке задачи в рамках классической модели Cam-Clay

Таким образом, область упругих деформаций грунта I (рис. 14) будет ограничена предельной прямой с уравнением (1) и эллиптической поверхностью нагружения с уравнением

$$F = \frac{(p - a_0)^2}{a_0^2} + \frac{\tau^2}{a_0^2 M^2} = 1 \quad (2)$$

или

$$a_0 = \frac{p^2}{2} + \frac{\tau^2}{2pM^2}. \quad (3)$$

Для решения физически нелинейной задачи при использовании метода конечных элементов можно использовать метод «начальных напряжений», сущность которого состоит в следующем. Пусть график зависимости напряжений и деформаций имеет некоторое криволинейное очертание (рис. 15).

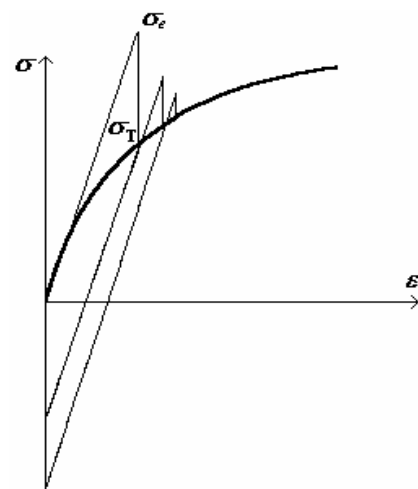


Рис. 15. Реализация физически нелинейных моделей методом начальных напряжений

В результате линейно-упругого решения могут быть определены «упругие» напряжения  $\square_e$ , значения которых отличаются от реальных («теоретических») напряжений  $\square_t$ , которые имела бы среда при рассчитанном уровне деформаций. Разница между «упругими» и «теоретическими» напряжениями рассматривается как невязка и прикладывается к системе конечных элементов в виде дополнительных узловых сил. В результате повторного упругого решения с новым вектором узловых сил «упругие» напряжения окажутся ближе к «теоретическим». Новая невязка добавляется к системе конечно-элементных уравнений, и итерационная процедура продолжается до тех пор, пока разница между «упругими» и «теоретическими» напряжениями не будет превышать заданной точности. Величина «теоретических» напряжений определяется моделью грунта.



Величину объемной пластической деформации можно с достаточной точностью аппроксимировать зависимостью

$$\varepsilon_{vp} = B \ln \left( \frac{p}{p_0} \right). \quad (4)$$

Параметр  $M$  в формуле (1) связан с углом внутреннего трения следующей зависимостью:

$$M = 2\sqrt{3} \frac{\sin \varphi}{3 + \sin \varphi}.$$

Недостатком классической модели Cam Clay является отсутствие учета сцепления для глинистых грунтов. Сцепление при таком подходе является следствием предыдущего уплотнения. Самой простой модификацией модели для учета этого фактора является перемещение области упругой работы грунта на величину  $c \cotg \varphi$ .

В мировой расчетной практике существует множество других модификаций упрочняющейся модели, однако их использование затруднено необходимостью выполнения специфических нестандартных лабораторных испытаний грунтов для построения поверхности пластического потенциала.

Следует отметить, что упрочняющиеся модели, как правило, предполагают, что грунт в основании сооружений является нормально уплотненным или переуплотненным. Это означает, что сопротивление сдвигу должно возрастать с глубиной. В то же время натурные испытания крыльчаткой, выполненные на различных площадках Санкт-Петербурга, показывают, что для глинистых грунтов возрастания сопротивления сдвигу с глубиной в пределах одного инженерно-геологического элемента практически не наблюдается. Многочисленные данные статического зондирования на различных площадках Санкт-Петербурга также свидетельствуют об отсутствии увеличения сопротивления зондированию с глубиной в пределах одного инженерно-геологического элемента для слабых глинистых грунтов. Гипотезе нормального уплотнения грунтов не соответствуют также кривые компрессионных испытаний слабых грунтов Санкт-Петербурга, на которых в подавляющем большинстве случаев не про-

слеживается так называемая структурная прочность.

В классической механике грунтов наличие «недоуплотненных» отложений на большой глубине можно объяснить тем, что отток воды из порового пространства крайне затруднен, в результате чего имеет место остаточное поровое давление, а эффективные напряжения составляют лишь долю от общего давления на данной глубине.

Основным недостатком классических моделей типа Cam Clay является, на наш взгляд, не вполне корректное описание сдвиговых деформаций грунта. Криволинейную зависимость между сдвиговыми деформациями и касательными напряжениями можно получить только при пересечении траектории нагружения с криволинейной поверхностью шатра. При этом зависимость между напряжениями и деформациями полностью определяется видом поверхности нагружения, т. е. шатра. При разгрузке и повторном нагружении по траектории, выходящей за пределы упругой области, но не пересекающей криволинейную поверхность шатра, поведение модели будет аналогично поведению модели идеальной упругопластической среды (диаграмме Прандтля). В реальных опытах при приложении девиатора напряжений характер наблюдаемых деформаций практически всегда нелинейный, при этом остаточные деформации наблюдаются даже при сравнительно небольших напряжениях. Несоответствие поведения модели опыту при девиаторном нагружении может сыграть очень существенную негативную роль при моделировании реальных геотехнических ситуаций. Отсутствие нелинейных сдвиговых деформаций на части траектории нагружения может привести к общей недооценке величины деформаций в пределах всей расчетной схемы, что особенно существенно при расчете глинистых грунтов с низкими коэффициентами фильтрации, в которых объемные деформации будут протекать в течение длительного времени и зачастую не имеют практического интереса. Основную роль в поведении таких грунтов в период строительства и первых лет эксплуатации, очевидно, играют деформации сдвига.

Классический ассоциированный закон пластического течения в применении к грун-

там также вызывает ряд вопросов. Традиционно с помощью криволинейной поверхности пластического потенциала описывают явление дилатансии. При этом под дилатансией понимается изменение объемных напряжений при деформациях сдвига, которое зафиксировано в многочисленных опытах. Однако не следует забывать, что в рамках математической модели ассоциированный закон имеет и «обратную силу». Пусть в некоторой точке существует некоторое сложное напряженное состояние, соответствующее положению на криволинейной поверхности шатра. В этом случае при увеличении объемных напряжений в модели будут происходить дополнительные сдвиговые деформации.

Эту ситуацию можно представить в виде мысленного эксперимента (рис. 16). Пусть у нас есть образец грунта, в который погружена крыльчатка. Через некоторое устройство на крыльчатку передается крутящий момент. В результате в образце возникает сложное напряженное состояние, приводящее к пластическим деформациям. Если приложенный момент незначителен, деформации будут иметь затухающий характер и вращение крыльчатки прекратится. Теперь приложим к образцу грунта дополнительные объемные напряжения. Это можно сделать, например, если образец находится в некоторой камере и защищен резиновой оболочкой. В модели грунта с ассоциированным законом течения и любой наклонной поверхностью упругого потенциала объемные и сдвиговые деформации связаны жестким соотношением, поэтому увеличение объемных напряжений вызовет приращение сдвиговых деформаций, а следовательно, и вращение крыльчатки, что, на наш взгляд, физически абсурдно. Приложение симметричного воздействия не может приводить к росту асимметрии. Несимметричное воздействие (сдвиг) может вызвать симметричный эффект (изменение объемных напряжений), но не наоборот. В связи с этим представляется необходимым в дальнейшем при построении моделей работы грунта физически осмыслить понятие дилатансии.

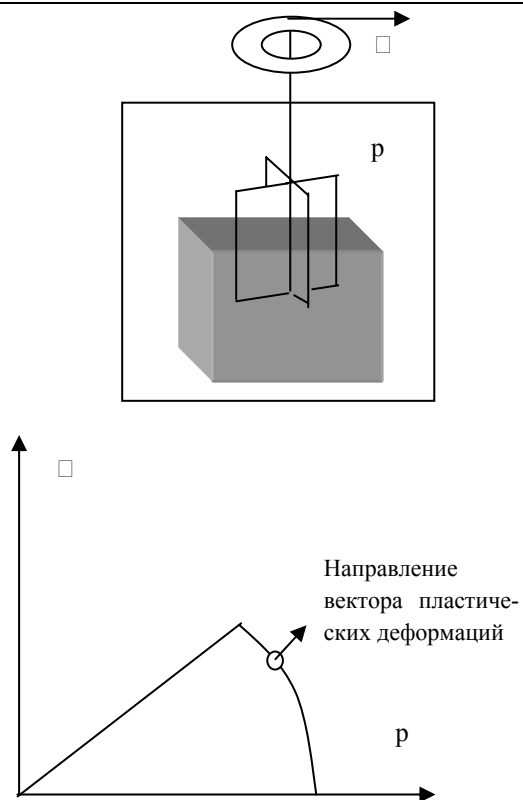


Рис. 16. К оценке корректности ассоциированного закона течения при наклонной поверхности пластического потенциала (схема мысленного эксперимента)

#### 4.2. Модификация модели упрочняющейся среды

Для устранения описанных выше противоречий нами разработана модификация упрочняющейся упругопластической модели грунта, более корректно отражающая особенности поведения слабых глинистых грунтов, характерных для инженерно-геологических условий Санкт-Петербурга. Самое простое решение для корректировки поведения модели при сдвиговых деформациях – это использование экспериментальных зависимостей не только для объемных напряжений и деформаций, но и для сдвиговых. Принцип построения такой модели изображен на рис. 17.

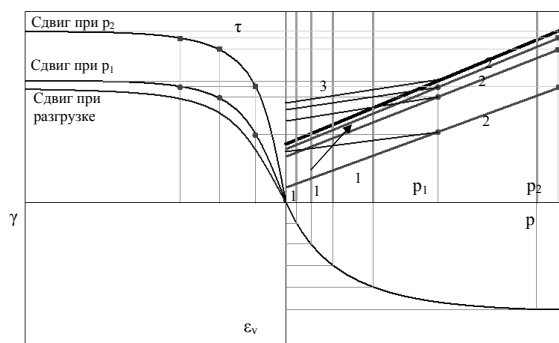


Рис. 17. Принцип построения упругопластической модели по аппроксимациям зависимостей  $\tau$ – $\gamma$  и  $p$ – $\epsilon_v$ : изолинии равных объемных деформаций (1); изолинии равных деформаций сдвига на стадиях нагружения (2); разгрузки и повторного нагружения (3)

Для построения модели выполняется ряд стабилметрических испытаний по различным траекториям нагружения, в результате чего строятся изолинии равных объемных и сдвиговых деформаций. Изолинии сдвиговых деформаций (на стадии нагружения) достаточно хорошо описываются системой линейных зависимостей, расстояние между изолиниями уменьшается с приближением к предельной прямой, соответствующей закону Кулона. Изолинии объемных деформаций (в общем случае нелинейные) описывают сжатие грунта при объемном нагружении и в компрессионных условиях. Искривление изолиний объемных деформаций происходит в случае их зависимости от сдвиговых напряжений (дилатансия). Для слабых глинистых грунтов Петербурга дилатансия изучена недостаточно, хотя имеются свидетельства о незначительности этого эффекта. Поэтому для упрощения модели мы будем аппроксимировать эти изолинии вертикальными прямыми линиями (дилатансия не учитывается). При нагружении образца объемными напряжениями увеличение сопротивление сдвигу связано с уплотнением грунта и увеличением количества контактов между его частицами. При разгрузке плотность грунта изменяется незначительно и в данном случае, в отличие от традиционных шатровых моделей, не приводит к существенному уменьшению сопротивления сдвигу. Наклон изолиний равных деформаций сдвига при разгрузке (см. рис. 17, семейство прямых 3) соответствует углу

внутреннего трения, наблюдаемому при неконсолидированно-недренированных испытаниях.

При построении упругопластической модели используем традиционное разделение деформаций на упругие и пластические:  $\epsilon_v = \epsilon_{ve} + \epsilon_{vp}$ ;  $\gamma = \gamma_e + \gamma_p$ . Для аппроксимации зависимости  $p$ – $\epsilon_{vp}$  удобно использовать формулу, близкую к выражению (4), однако учитывающую отсутствие начального более пологого участка компрессионной кривой:

$$\epsilon_{vp} = B \ln \left( \frac{p + p_0}{p_0} \right). \quad (5)$$

Параметры  $B$  и  $p_0$  могут быть приближенно получены из компрессионных испытаний грунтов.

Аппроксимация зависимости  $\tau$ – $\gamma$  при  $\tau < c$  может осуществляться степенной функцией [4]

$$\gamma_p = A \tau^n. \quad (6)$$

Параметр  $A$  удобно определять через выражение  $A = \frac{\gamma_c}{\tau_{lim}^n}$ , где  $\gamma_c$  – деформация, соответствующая пределу прочности на сдвиг.

Фактически предложенная модель позволяет учесть отсутствие начальной зоны упругих сдвиговых деформаций, которая не фиксируется в экспериментах на слабых грунтах. После приложения нагрузки происходит сдвиговое упрочнение среды, в результате которого разгрузка и обратное нагружение происходят с большим («мгновенным») модулем сдвига.

## 5. УЧЕТ ФАКТОРА ВРЕМЕНИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ СОВМЕСТНОГО РАСЧЕТА

При расчетах сооружений весьма актуальной задачей является учет фактора времени. Очевидно, что при кратковременных (например, ветровых) воздействиях в основании не могут развиваться деформации, характерные для длительных воздействий от веса здания или сооружения. При использовании упрощенных моделей, не вполне адекватно описывающих поведение грунта, учет фактора

времени становится сложной проблемой, для решения которой используют различные характеристики грунта для описания его реакции на кратковременное и длительное нагружение.

Использование упругопластической модели позволяет получить конечные величины деформаций. При этом весьма важно оценивать достижимость этих деформаций за период существования здания. Например, при расчете здания на сваях длиной около 30 м, погруженных в практически нефiltrующие глинистые грунты (с коэффициентом фильтрации порядка  $10^{-8}$  см/с) процесс консолидации будет продолжаться несколько тысяч лет. Очевидно, что в этом случае расчет конечных осадков с предположением о полном рассеянии дополнительного порового давления будет бессмысленным, поскольку эти осадки не успеют реализоваться за расчетный срок существования здания. Отметим, что в геологических условиях Санкт-Петербурга часто встречаются слабые грунты (текучей и текучепластичной консистенции), располагающиеся на значительных глубинах (около 80 м). Вероятно, со временем эти грунты будут постепенно уплотняться, однако учет этого фактора интересен только в «геологических» масштабах времени (порядка десятков тысяч лет), а при расчете зданий состояние таких грунтов можно считать практически стабильным. Таким образом, при моделировании деформаций основания следует реально оценивать фильтрационные свойства грунтов и решать упругопластическую задачу совместно с задачей фильтрационной консолидации.

Для совместного решения задач фильтрационной консолидации и упругопластических задач, основанных на теории пластического течения, необходима запись уравнений равновесия и неразрывности потока в приращениях перемещений. При использовании метода конечных элементов эти уравнения записываются в виде

$$\begin{cases} [K]\{du\} + [C]\{dp\} = \{df\}; \\ [C]^T \{du\} + [K_f]\{p\} + \frac{n}{K_w}[E]\{dp\} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости элемента;  $[C]$  – «стыковочная» матрица;  $[K_f]$  – матрица

фильтрационных свойств грунта;  $\frac{n}{K_w}[E]$  – матрица сжимаемости поровой жидкости, зависящая от пористости и модуля сжатия воды;  $\{du\}$  – вектор приращения перемещений;  $\{dp\}$  и  $\{p\}$  – приращение и величина порового давления;  $\{df\}$  – приращение внешней нагрузки.

При использовании разностной схемы для шага по времени  $i$  можно записать

$$\begin{cases} [K]\{u_i\} + [C]\{p_i\} = \{f_i\} + [C]\{p_{i-1}\}; \\ [C]^T \{u_i\} + [K_f]\{p_i\} + \frac{n}{K_w}[E]\{p_i\} = \\ = \frac{n}{K_w}[E]\{p_{i-1}\}. \end{cases} \quad (8)$$

Реализации моделей, основанные на выражениях (8), успешно применяются при решении плоских задач с небольшим количеством узлов [5]. Однако при решении сложных задач большой размерности запись уравнений в виде (8) отличается негативными математическими свойствами. Матрица системы для такой задачи не является положительно определенной и содержит отрицательные элементы на главной диагонали, что ограничивает возможность применения эффективных алгоритмов линейной алгебры. Кроме того, матрица объединяет в одно решение неизвестные перемещения и давления, т. е. фактически реализуется смешанный метод решения. Элементы матрицы могут различаться по величине на несколько порядков, что ухудшает обусловленность системы.

Поэтому для решения задач большой размерности представляется целесообразным раздельное решение уравнений равновесия и неразрывности потока с последующим объединением в итерационном процессе по схеме

$$\begin{cases} ([K] + [D_w])\{u_i\} = \{f_i\} + [C]\{p_{i-1}\} + [D_w]\{u_{i-1}\}; \\ \left( [K_f] + \frac{n}{K_w}[E] \right) \{p_i\} = [C]^T \{u_i\} + \frac{n}{K_w}[E]\{p_{i-1}\}, \end{cases} \quad (9)$$

где звездочкой обозначены векторы перемещений и поровых давлений на предыдущей итерации. При решении упругопластической задачи такие итерации могут выполняться параллельно с итерациями метода начальных напряжений. Для схем большой размерности решение задачи фильтрационной консолидации по итерационной схеме (9) оказывается более выгодным по времени, чем решение плохо обусловленных задач по схеме (8).

К сожалению, одного только решения задачи фильтрационной консолидации недостаточно для описания деформирования основания во времени. Совпадение экспериментальных кривых осадок во времени с расчетными порой объясняется тем, что в расчетах рассматривалась одномерная задача консолидации. При рассмотрении плоских или пространственных моделей неизбежно добавляется составляющая осадки, связанная с деформациями формоизменения. Если модель грунта не предусматривает механизма задержки этих деформаций во времени, то в результате решения мы получим существенные мгновенные осадки сооружений, которые практически не наблюдаются в натуре.

Поэтому для учета развития осадок во времени необходимо предусмотреть механизм задержки сдвиговых деформаций во времени. Самым простым способом описания эффекта замедления является введение зависимости скорости деформаций от величины девиатора напряжений. Как показывают многочисленные опыты разных авторов, эта зависимость носит нелинейный характер: скорость деформирования резко возрастает при приближении к некоторому пределу прочности (рис. 18).

Учет нелинейного характера зависимости между сдвиговыми напряжениями и деформациями имеет принципиальное значение при моделировании работы грунта. Введение линейной зависимости (постоянного коэффициента вязкости) приводит к тому, что модель не может описать либо медленные деформации в основании зданий (при небольшой величине вязкости), либо (при большом значении вязкости) гораздо более быстрые деформации при испытании свай, вдавливания зонда, потере устойчивости откоса и т. п. Учет нелинейной зависимости скорости деформаций от напряжений приближает

поведение модели к наблюдаемому в натуре: при напряжениях, достаточно далеких от предела прочности (такая ситуация в большинстве случаев наблюдается в основании сооружений), деформации будут протекать достаточно медленно (в течение десятилетий), что соответствует наблюдаемым на практике малым значениям «мгновенных» деформаций; при приближении к пределу прочности скорости деформации будут резко возрастать – это позволяет описать в рамках той же модели такие относительно быстрые процессы, как осадки при испытании свай, потеря устойчивости откосов, технологические процессы при изготовлении свай и т. п.

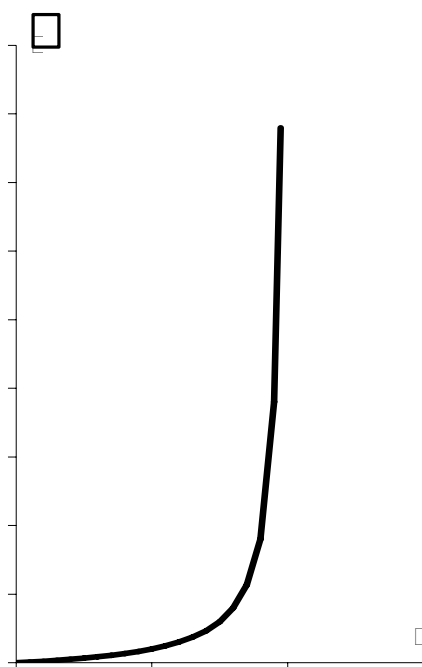


Рис. 18. Характер зависимости между девиатором напряжений и скоростью деформирования

Таким образом, модель работы грунта при девиаторном нагружении близка к модели Бингама–Шведова, за исключением учета переменности коэффициента вязкости. При решении методом начальных напряжений вязкопластическое поведение модели грунта может быть реализовано по принципу

$$\tau_t^* = \tau_e + \frac{G \Delta t}{\eta} (\tau_e - \tau_t), \quad (10)$$

где  $\tau_i^*$  – «теоретический» девиатор напряжений на данном шаге по времени;  $\tau_e$  – «упругие» напряжения, полученные при решении линейной задачи;  $\tau_i$  – «теоретические» напряжения, соответствующие уровню деформаций без учета фактора времени;  $\eta$  – вязкость среды (в нашем случае переменная). Математически этот подход представляет собой интегрирование во времени по явной схеме (по методу Эйлера). Такой метод решения предъявляет строгие требования к величине шага по времени:  $\frac{G\Delta t}{\eta} < 1$ .

В результате для решения задачи деформирования здания в течение, например, 100 лет может потребоваться огромное количество шагов (особенно, если учесть переменность вязкости в рассматриваемой модели).

Для ускорения решения задач деформирования во времени нами разработан специальный алгоритм решения реологических задач. Единственным ограничением выбрано следующее положение: шаг по времени должен быть таким, чтобы изменение напряжений в любой точке схемы в пределах одного шага могло быть с достаточной точностью описано линейным законом. Этот принцип похож на общий подход метода конечных элементов, заключающийся в аппроксимации неизвестных функций участками более простых функций.

Идея алгоритма очень проста. Пусть известны напряжения и пластические деформации на предыдущем шаге времени:  $\tau(0) = \tau_{i\Delta t}$  и  $\gamma(0) = \gamma_{i\Delta t}$ . В этом случае в пределах одного шага во времени  $\tau(t) = \tau_{i\Delta t} + \frac{\tau_i - \tau_{i\Delta t}}{\Delta t} t$ . Величина напряжения, которое будет достигнуто в конечном элементе к концу шага  $\Delta(\Delta t) = \Delta_i$  остается нам неизвестной. Однако, поскольку мы считаем функцию изменения напряжения в пределах шага известной, можно получить функцию деформации на конце данного шага в зависимости от этой неизвестной величины напряжения:  $\gamma_{\Delta t}(\tau) = f(\tau_{i\Delta t}, \gamma_{i\Delta t}, \tau, \Delta t)$ . Эта функция представляет собой пластические деформации, которые могут быть достигнуты за время  $\Delta t$  из точки  $\tau_{i\Delta t}, \gamma_{i\Delta t}$  (рис. 19).

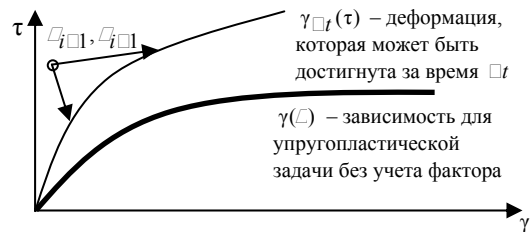


Рис. 19. К алгоритму ускоренного решения реологических задач

Для получения этой функции необходимо в пределах шага по времени решить дифференциальное уравнение

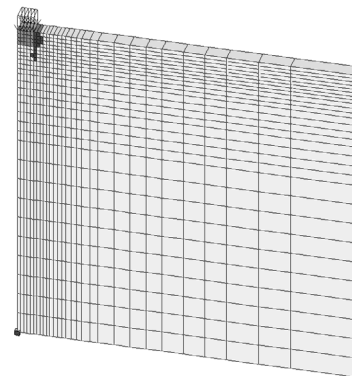
$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{\eta(\tau(t))} \left( \tau(t) - \left( \frac{\gamma}{A} \right)^{\frac{1}{n}} \right)$$

с начальным условием  $\gamma(0) = \gamma_{i\Delta t}$ . Его аналитическое решение оказывается невозможным, однако численное интегрирование в этом случае можно выполнить поэлементно. Достаточно эффективным оказывается интегрирование по алгоритму Рунге–Кутты 2-го порядка.

Далее в численном решении зависимость пластических деформаций от напряжений  $\gamma(\tau)$  заменяется на функцию  $\gamma_{\Delta t}(\tau)$  (деформации, которые могут быть достигнуты за шаг по времени), и решается обычная упругопластическая задача.

Эффективность предложенного алгоритма видна на следующем примере: если для решения тестовой задачи (рис. 20) методом Эйлера по схеме (10) потребовалось 1000 шагов, то при использовании ускоренного алгоритма решения реологических задач достаточная точность была достигнута с использованием всего 7 шагов во времени.

а



б

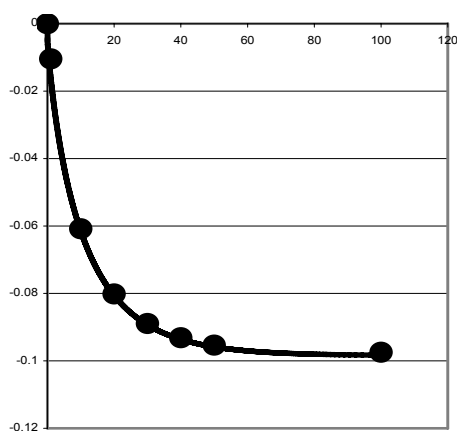


Рис. 20. Решение тестовой задачи деформирования во времени: *а* – расчетная схема плоской задачи; *б* – зависимость осадок от времени, сплошная линия – решение методом Эйлера по формуле (10), точки – решение по предлагаемому ускоренному алгоритму решения реологических задач

В результате решение задач во времени по вычислительной сложности становится близким к решению обычных упругопластических задач.

## 6. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ СОВМЕСТНЫХ РАСЧЕТОВ ОСНОВАНИЯ И КОНСТРУКЦИЙ ЗДАНИЯ ПРИ УЧЕТЕ НЕЛИНЕЙНОГО ХАРАКТЕРА РАБОТЫ ГРУНТОВ И РАЗВИТИЯ ДЕФОРМАЦИЙ ВО ВРЕМЕНИ

Использование нелинейных моделей работы основания, учитывающих ограничение области деформаций под зданием, позволяет решать задачи, которые не могут быть решены в рамках упрощенных подходов, неизбежно связанных с условным ограничением сжимаемой толщи. Без использования таких моделей практически невозможно корректно решить задачу о взаимодействии зданий на различных фундаментах – на сваях и на естественном основании. Попытки решить задачу работы плитно-свайного фундамента в рамках простейших упругих или упругопластических моделей, не позволяющих автоматически ограничить зону деформаций, обречены на провал, поскольку не позволяют одновремен-

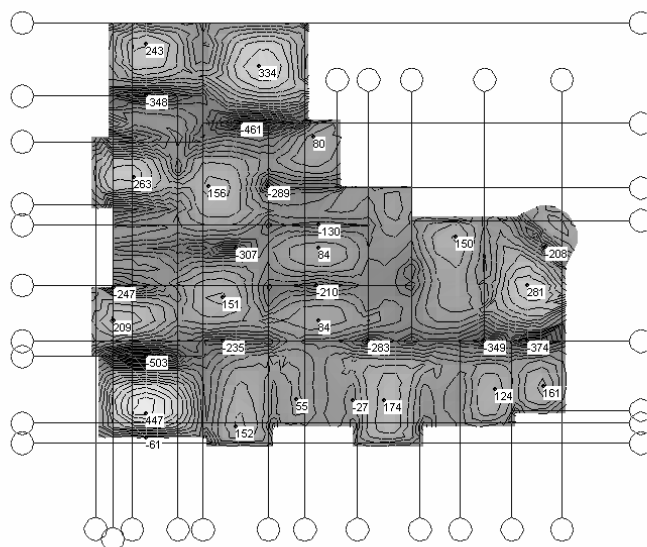
но учесть ограничение зон деформаций под сваями и плитой.

Учет нелинейного характера работы грунта в расчетах приводит к уменьшению напряжений под краями жесткого сооружения и некоторому выравниванию эпюры контактных давлений. Поэтому для конструкций учет нелинейной работы грунта является фактором, снижающим напряжения: чем ниже прочностные свойства грунта, тем в большей степени это отражается на выравнивании контактной эпюры давлений. Но не будем забывать, что снижению прочностных свойств грунта в большинстве случаев соответствует повышение его деформативности. При этом с увеличением деформативности будут увеличиваться и неравномерности сажек, а следовательно, и концентрации напряжений в конструкциях здания. Таким образом, параметры деформативности и прочности вступают в некую «конкуренцию». В результате дефекты здания, расположенного в относительно хороших инженерно-геологических условиях, могут оказаться сравнимыми с дефектами здания, находящегося в худших условиях. Последнее получает большие осадки, однако из-за низкой прочности грунтов деформируется более равномерно. Очевидно, с этим эффектом связан тот факт, что здания на Васильевском острове в Санкт-Петербурге, получившие осадку до 1 м, до сих пор более или менее успешно эксплуатируются, в то время как многие здания, получившие меньшие по абсолютной величине осадки, имеют более существенные дефекты.

Отметим, что уменьшение напряжений в одних элементах конструкции, как правило, приводит к их увеличению в других. Например, для здания на плите, рассмотренного в п. 2, перераспределение напряжений при учете нелинейной работы грунтов в основании приводит к увеличению моментов в фундаментной плите (рис. 21).

Подчеркнем, что распределение напряжений в конструкциях здания может существенно меняться с течением времени, поэтому по прочности конструкции должны быть запроектированы так, чтобы ни в один из моментов времени в них не возникали недопустимые усилия.

а



б

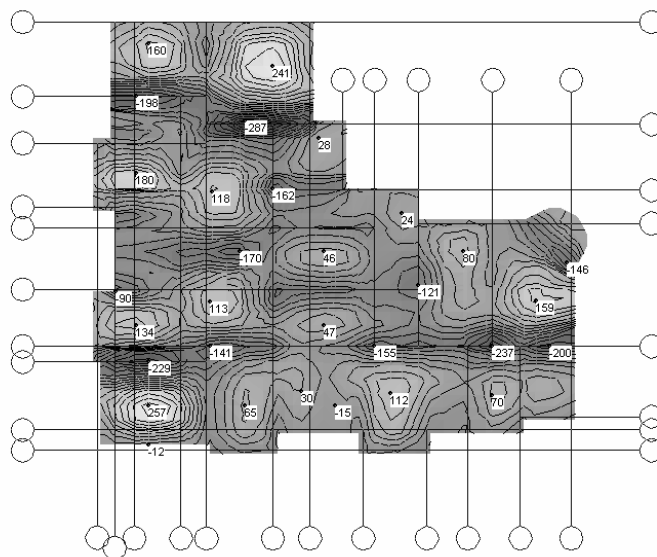


Рис. 21. Изолинии изгибающих моментов в фундаментной плите: а – по расчету с учетом пластических деформаций грунта; б – по упругой стадии работы основания

Рассмотрим поведение конструкции во времени на относительно простом примере работы 16-этажного здания на свайном фундаменте. Поскольку здание достаточно протяженное и имеет продольную ось симметрии, в

расчетах рассматривалась ограниченная расчетная схема (рис. 22). Ограничение такой задачи плоской постановкой не вполне корректно, так как в этом случае не учитывались бы условия работы свайных кустов. Модели-



рование работы грунта во времени выполнялось с применением упруговязкопластической модели, описанной в пп. 3 и 4.

Для оценки корректности заложенных в нелинейную модель параметров расчета предварительно выполнялось моделирование испытания свай (рис. 22). В отличие от традиционного решения нелинейной задачи, для оценки корректности деформирования грунта во времени были построены зависимости осадок во времени от каждой ступени нагрузки (см. рис. 22, б).

При расчете здания был получен прогноз развития деформаций в течение 100 лет. Деформации (см. рис. 22) имеют затухающий характер. Напряжения в краевых зонах здания со временем увеличиваются, что связано с ростом осадок. Однако весьма примечательно, что рост напряжений прекращается быстрее, чем рост осадок здания; с определенного момента осадки здания происходят практически без дополнительных деформаций конструкций. Этот эффект требует дальнейшего теоретического и экспериментального исследования, однако, возможно, он является причиной того, что не всегда длительное

накопление осадок приводит к постоянному появлению новых дефектов в здании.

Перераспределение усилий в сваях в рассматриваемой задаче также происходит в течение сравнительно небольшого промежутка времени (около 10 лет). Любопытно, что со временем наблюдается увеличение неравномерности усилий в сваях, а не уменьшение, поскольку неравномерность усилий в сваях связана с развитием неравномерных осадок здания.

Отметим важное свойство разработанной нами упруговязкопластической модели работы грунта: моделирование испытания свай (происходящего в течение нескольких часов) и осадок здания (протекающих в течение десятилетий) выполнялось с одним и тем же набором параметров. Решение проблемы масштаба времени достигается, главным образом за счет использования нелинейной зависимости между напряжениями и скоростью сдвиговых деформаций.

В заключение рассмотрим расчетное обоснование более сложного объекта – 150-метрового высотного здания на территории Васильевского острова в Санкт-Петер-

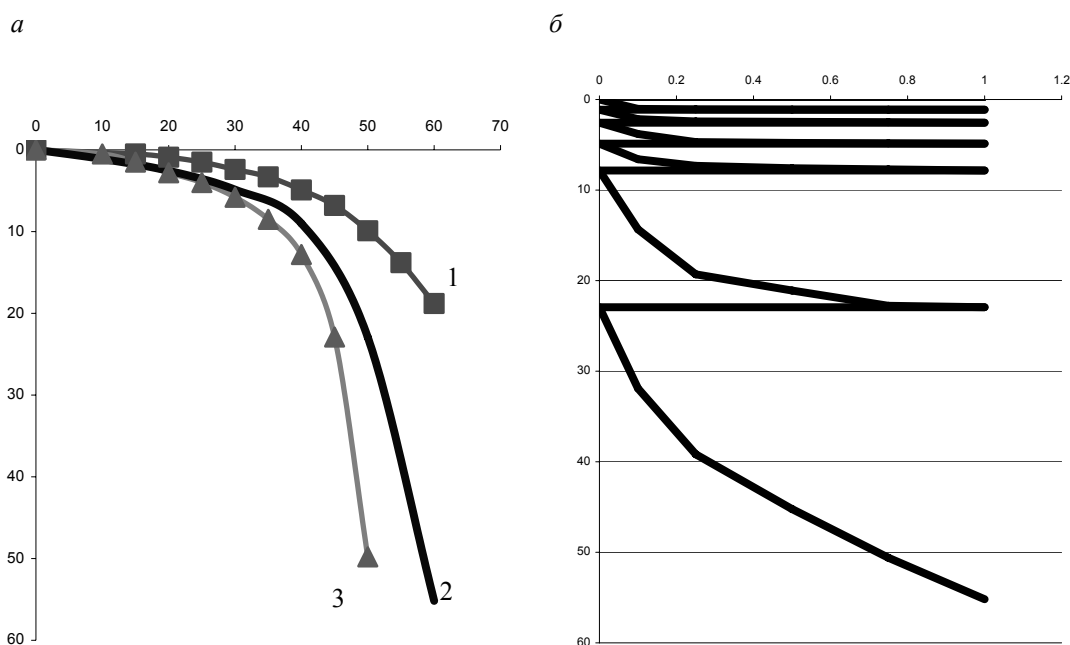


Рис. 22. Моделирование испытания свай в реальном масштабе времени: а – зависимость осадки от нагрузки (1, 2 – испытания свай на площадке, 3 – моделирование испытания свай); б – деформации от ступеней нагрузки во времени по расчету

бурге. Площадка строительства характеризуется наличием глубокой палеодолины, кровля относительно прочных протерозойских отложений находится на глубинах более 100 м. Таким образом, участок относится к наиболее неблагоприятным на территории Санкт-Петербурга для строительства высотных зданий.

Как показали расчеты, дополнительное давление на основание от высотной части здания может достигать 0,7...0,75 МПа. Для восприятия таких давлений основанием необходимы прочные малосжимаемые грунты, находящиеся на данной площадке на глубинах более 100 м. Способы устройства фундаментов в таких условиях являются крайне дорогостоящими и технологически трудноосуществимыми. Фактически единственным вариантом представляется устройство «плавающего» фундамента с развитым подземным пространством.

Основным способом, позволяющим снизить осадки здания при устройстве подземного объема, является уменьшение давления на основание за счет выемки грунта. При устройстве подземного сооружения глубиной 20 м среднее дополнительное давление (с учетом веса вынутого грунта) по подошве условного фундамента размерами 75×75 м не превышает 100 кПа. При этом учитывать снижение нагрузки при выемке грунта приходится с большой осторожностью. При выработке глубоких котлованов происходит поднятие дна, сопровождающееся расструктурированием верхних слоев грунта и ухудшением их строительных свойств. В таких условиях может развиваться существенная осадка фундаментов, опирающихся на слои, расположенные близко к поверхности дна котлована. В связи с этим отечественные нормы не допускают при расчете осадок учитывать вес вынутого грунта при ширине котлована более 10 м.

Для использования эффекта снятия веса грунта необходимо устраивать сваи ниже дна котлована, прорезающие зону возможного ухудшения свойств грунтов. В рассматриваемых инженерно-геологических условиях для восприятия давления в 100 кПа возможно опирание свай на твердые суглинки лужской морены, которые начинаются с глубин 30...35 м.

При расчете деформаций основания такого нестандартного здания в сложных инженерно-геологических условиях приходится сталкиваться с большинством из описанных выше сложностей механики грунтов. Традиционные инженерные методы в этом случае дают крайне странные результаты. Например, для свайного фундамента с глубоким подземным сооружением заложенное в российские нормы эмпирическое правило ограничения сжимаемой толщи приводит к нулевой величине осадки. Это, очевидно, является дефектом метода, поскольку правила ограничения сжимаемой толщи разработаны прежде всего для фундаментов на естественном основании и не подходят для глубоких свайных опор. Учитывая сомнительность ограничения сжимаемой толщи в данной ситуации, приходится ставить под сомнение и результаты расчетов по простейшим упругопластическим моделям (например, с предельной поверхностью по критерию Кулона–Мора).

Расчет осадки здания по более сложным моделям типа Cam Clay позволяет, как уже отмечалось, ограничить зону деформаций автоматически, поскольку учитывает увеличение модуля деформации с глубиной. Однако для рассматриваемых условий последнее тоже сомнительно. Данные статического зондирования и лабораторных испытаний не позволяют выявить тенденции увеличения прочности грунтов до глубин более 90 м. Вся эта толща заполнена разнородными отложениями, причем более прочные грунты часто подстилаются менее прочными. Более того, на глубине около 80 м залегает слой межморенных суглинков текучей консистенции. В этой ситуации связывать осадки здания исключительно со сжимаемостью грунтов бессмысленно, поскольку, если при давлении около 1600 кПа сжатие не происходило, то странно ожидать, что оно начнется от приложения дополнительных 100 кПа.

Отсутствие объемных деформаций, как уже указывалось, не обязательно означает отсутствие осадок. Последние могут развиваться за счет деформаций формоизменения, поэтому в данной ситуации наиболее корректным представляется расчет по модели, описанной в пп. 3 и 4 и учитывающей полученные в лабораторных испытаниях зависимости меж-

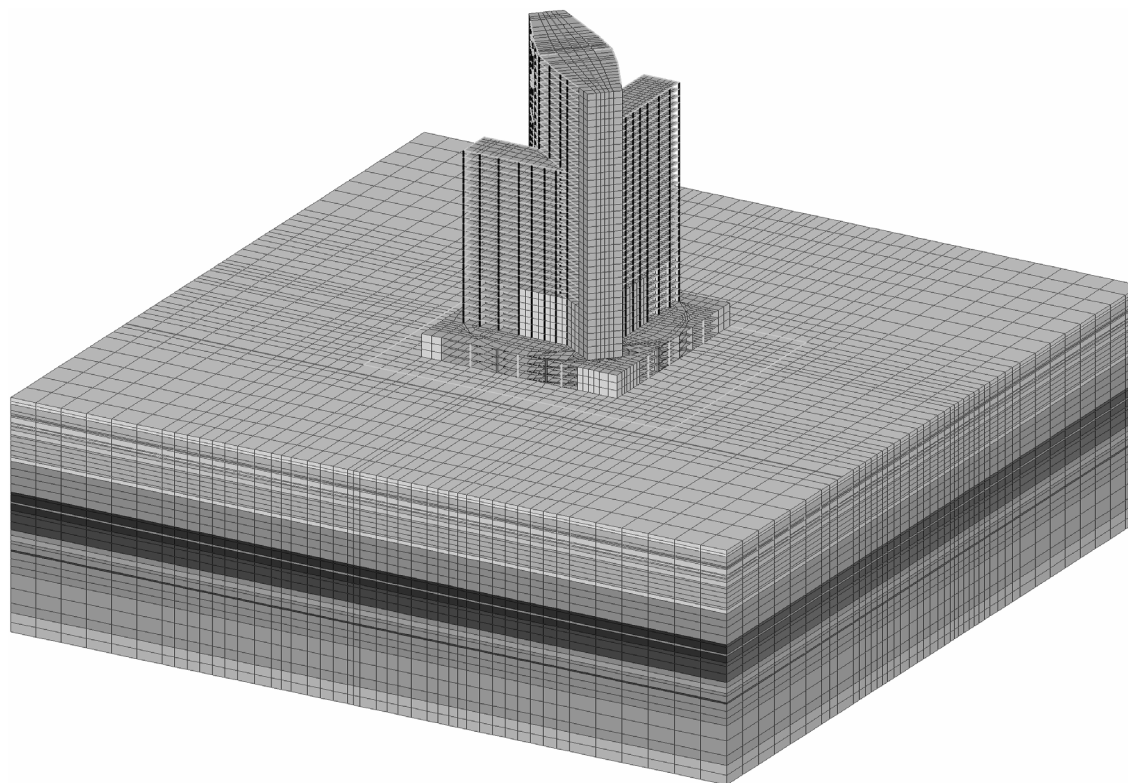


Рис. 23. Расчетная схема высотного здания в сложных инженерно-геологических условиях

ду девиаторами напряжений и деформаций. Расчетная схема проектируемого здания изображена на рис. 23, а ее фрагмент на рис. 24.

При расчете по данной модели максимальная конечная осадка высотного здания составляет 15 см (рис. 25). Наблюдаемые при этом существенные неравномерности осадок говорят о том, что жесткость здания и подземного сооружения является не вполне достаточной (рис. 26). Этот недостаток должен быть устранен при проектировании здания путем увеличения толщин стен, установки дополнительных диафрагм или с помощью других конструктивных решений (рис. 27).

Эффект снятия веса вынутаго грунта позволяет уменьшить абсолютные величины осадок, однако не способен уменьшить их неравномерности. При проектировании традиционных фундаментов при незначительных величинах осадок, как правило, незначительными являются и их неравномерности. При расчете «плавающих» фундаментов низкая величина абсолютных осадок не должна

вводить геотехника в заблуждение, поскольку она может сопровождаться существенной неравномерностью.

Поэтому при расчетах зданий с развитой подземной частью особое внимание следует уделить *жесткости* сооружения и его способности выравнивать осадки. Для обеспечения достаточной жесткости и относительно равномерного распределения давления по пятну застройки конструктивная схема здания должна обеспечивать наличие жестких стен, связывающих части подземного сооружения и имеющих незначительное количество проемов.

Наиболее простым вариантом увеличения жесткости рассматриваемого здания является устройство перекрестных несущих стен в пространстве стилобата и подземного сооружения. Однако такое решение ограничивает планировочные возможности использования подземного пространства (для устройства автостоянок, торговых залов и т. д.). Решить проблему можно путем *распределения жест-*

костей в различных уровнях высотного здания. В расчетах рассматривалась конструктивная схема, предусматривающая расположение жестких стен выше стилобата в контуре высотной части здания (в пределах нижних 5–8 этажей), а жестких стен за контуром высотной части – в пределах стилобата и подземного пространства.

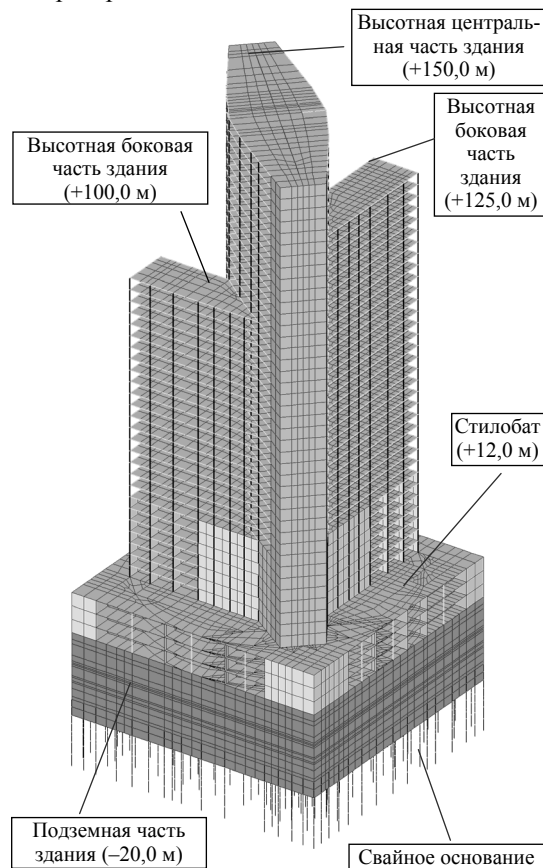


Рис. 24. Фрагмент расчетной схемы конструкции высотного здания с подземной частью

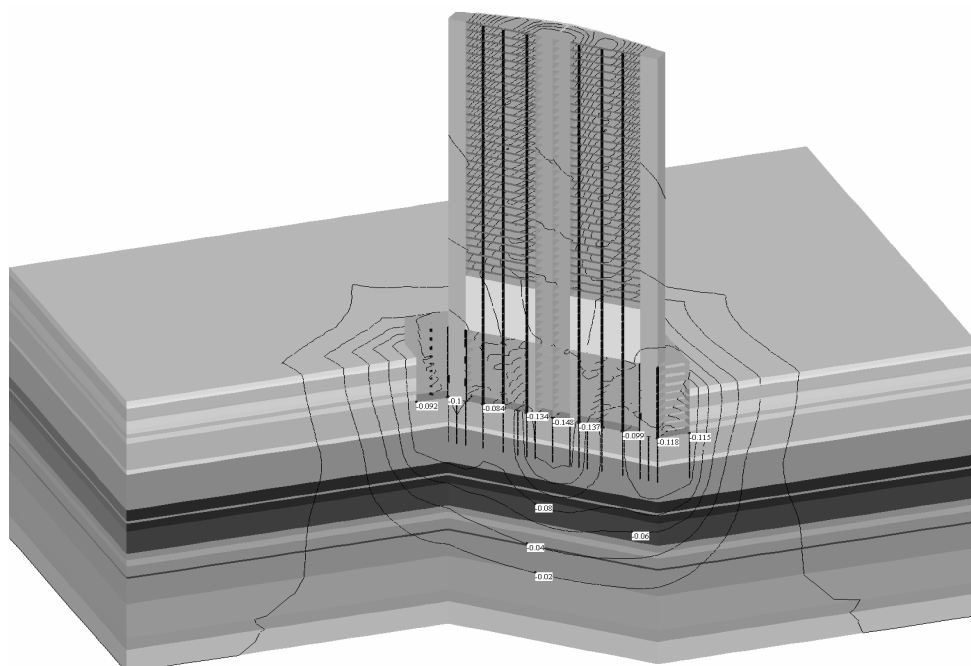
В завершение отметим, что для уникальных зданий, не имеющих аналога при строительстве в сложных инженерно-геологических условиях, совместные расчеты здания и основания необходимы уже на стадии формирования архитектурной концепции, не говоря уже о том, что без детальных расчетов взаимодействия здания и основания невозможна корректная оценка усилий в конструкциях даже рядовых зданий.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным направлением развития совместных расчетов сегодня, на наш взгляд, должно являться объединение последних достижений в области механики грунтов и строительной механики. Такая задача предъявляет серьезные требования и к технике вычислений (необходимо совершенствование алгоритмов расчета и программ, их реализующих), и механике грунтов (в направлении повышения адекватности моделей процессам, происходящим в основании). Крайне важным при моделировании деформаций основания представляется не только учет деформаций, связанных с уплотнением грунта, но и корректная оценка деформаций формоизменения. Особенно важно учитывать деформации сдвига в слабых глинистых грунтах, характерных для инженерно-геологических условий Санкт-Петербурга и других приморских городов. В этих грунтах из-за низкой фильтрующей способности деформации уплотнения могут происходить весьма длительное время и в период расчетного срока эксплуатации здания могут составлять незначительную долю в величине общей осадки здания.

Для корректного учета деформаций формоизменения представляется обоснованным использование предлагаемой в статье модификации упрочняющейся модели, учитывающей нелинейную зависимость между девиаторами напряжений и деформаций, полученную из лабораторных экспериментов (например, из стабилметрических испытаний по неконсолидированно-недренированной схеме).

При совместных расчетах здания и основания особенно важным представляется корректный учет фактора времени. Для этого необходимо учитывать не только фильтрационные, но и реологические свойства грунтов, обуславливающие задержку во времени сдвиговых деформаций. Расчет деформаций во времени увеличивает и без того существенную вычислительную сложность совместных расчетов. Для преодоления этих сложностей целесообразно использовать предложенный эффективный алгоритм решения реологических задач, позволяющий сократить длительность расчетов на несколько порядков.



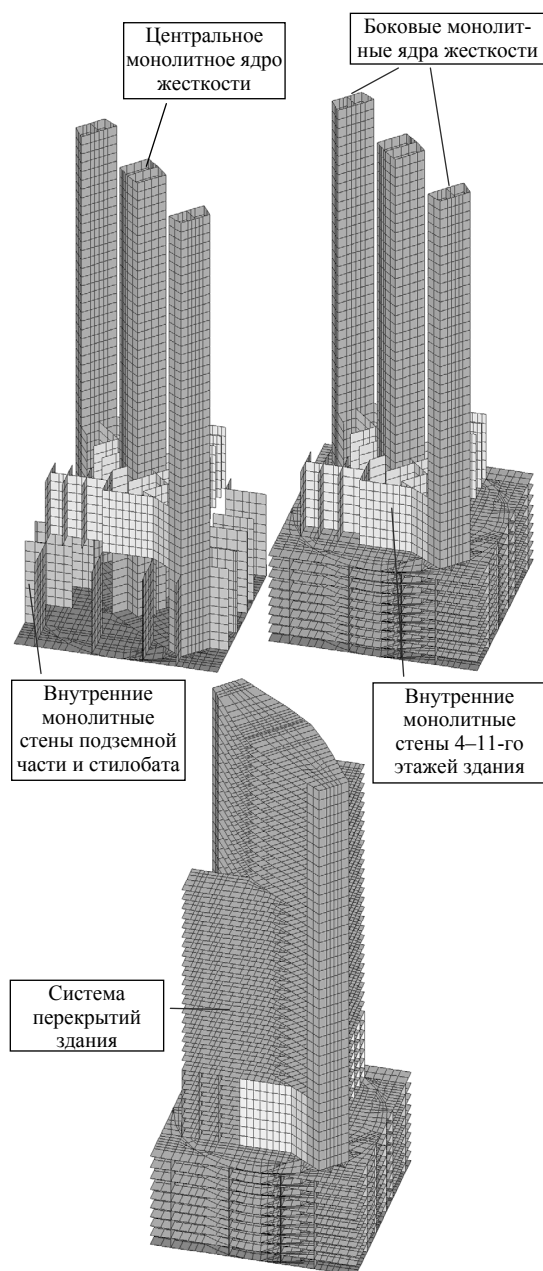


Рис. 27. Конструктивная схема внутренних монолитных стен здания и перекрытий

Основные закономерности, проявляющиеся при совместных расчетах, связаны с перераспределением напряжений в основании и в конструкциях здания. Качественно эти закономерности близки при расчетах по различным моделям работы грунта. При расчете зданий на естественном основании

наблюдаются концентрации напряжений в краевых участках несущих стен, при свайном фундаменте, кроме того, наблюдается неравномерное распределение усилий в сваях. Расчеты показывают, что эти эффекты существенны и им следует уделять внимание при проектировании.

Подчеркнем, что количественное выражение указанных эффектов сильно зависит от конкретной модели работы грунта, поэтому задача геотехника – подобрать модель, адекватно описывающую характер работы грунта в основании здания.

Учет нелинейного поведения грунта в основании зданий позволяет увидеть наличие сложной закономерности между механическими свойствами грунтов площадки и возможностью появления дефектов в зданиях. С одной стороны, увеличение деформативности грунтов приводит к большим абсолютным величинам и неравномерностям осадок, с другой – уменьшение прочностных свойств грунтов, часто сопровождающее рост деформативности, позволяет конструкциям здания в большей степени выравнивать неравномерные деформации. Из этого следует, что по одной величине абсолютной осадки невозможно судить об опасности развития деформаций для здания. Для корректной оценки возможности появления дефектов необходим совместный расчет с определением усилий, возникающих в конструкциях здания.

Особенно важно выполнение подробных совместных расчетов с использованием современных моделей механики грунтов для сложных сооружений, в частности высотных зданий. Расчет последних с использованием упрощенных подходов может приводить к совершенно некорректным результатам. Только участие геотехника в разработке конструктивных решений высотных зданий позволит возводить такие сооружения в сложнейших инженерно-геологических условиях Санкт-Петербурга.