

МЕТОД ПОЛНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ В СОВМЕСТНЫХ РАСЧЕТАХ ЗДАНИЙ И ОСНОВАНИЙ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ, ПРОСТРАНСТВЕННОЙ И ВРЕМЕННОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Т. Н. ТЕР-ЭММАНУИЛЬЯН – Казахская головная архитектурно-строительная академия, г. Алматы, Республика Казахстан.

Предлагается методика совместного расчета зданий и оснований с учетом ползучести материалов методом полной дискретизации (МПД), которая позволяет учитывать технологию их возведения и нагружения. Данный подход можно использовать при проведении расчетов по проектированию или реконструкции зданий с грунтовым основанием. В качестве иллюстративного примера приводится расчет осадки железобетонной плиты и ее грунтового основания.

Метод полной дискретизации (МПД) – специальная модификация МКЭ для решения задач упругоползучести, предложенный в 1975 г. [1], позволяет решать задачи с учетом пространственной, а также временной неоднородности при одновременном включении в работу различных частей рассчитываемых объектов, т. е. с учетом технологии их возведения и нагружения.

Рассмотрим методику решения задач такого класса. Пусть какое-либо сооружение из наследственного материала на упруго-ползучем грунтовом основании возводится в несколько этапов, например в шесть (рис. 1). Предположим, что строительство объекта производится за 60 суток.

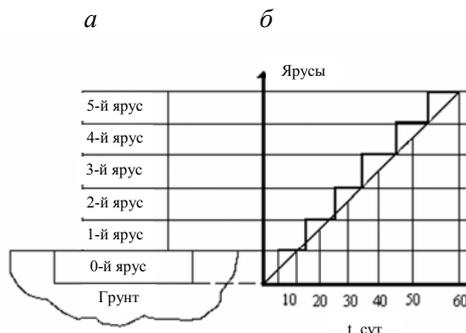


Рис. 1

© Т. Н. Тер-Эммануильян, 2004

Internet: www.georec.spb.ru

Аппроксимируем непрерывный график ступенчатым (см. рис.1, б), при этом считаем, что возведение 0-го яруса происходит на 5-е сутки, 1-го – на 15-е, 2-го – на 25-е, 3-го – на 35-е, 4-го – на 45-е и 5-го – на 55-е.

Далее весь расчетный отрезок времени дискретизируем p -точками. Первые точки (для удобства) соответствуют характерным временным точкам ступенчатого графика t_0, t_1, \dots, t_5 .

Затем по теориям ползучести или по данным экспериментов строятся отдельно для материала каждого яруса обратные матрицы так называемых матричных модулей.

$$\underline{E}^{-1} = \begin{pmatrix} \delta_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \delta_{21} - \tilde{\delta}_{21} & \tilde{\delta}_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{p1} - \tilde{\delta}_{p1} & \tilde{\delta}_{p2} - \tilde{\delta}_{p2} & \dots & \tilde{\delta}_{pp} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\tilde{\delta}_{ij} = \frac{1}{t_j - t_{j-1}} \int_{t_{j-1}}^{t_j} \delta_i(\tau) d\tau$, а δ_{ij} вычисляется

через известную функцию $C(t, \tau)$.

Обратная матрица \underline{E}_0^{-1} для 0-го яруса имеет p -й порядок, \underline{E}_1^{-1} для 1-го яруса – $(p-1)$ -й порядок и т. д.

Если все ярусы выполнены из материала с одинаковыми упругими и наследственными свойствами и применяется равномерная сетка

по времени, то матрицу \underline{E}_1^{-1} можно получить, сдвигая матрицу \underline{E}_0^{-1} вправо и вниз на один шаг по времени. Аналогичным образом получаем путем сдвига или нового построения матрицы для всех остальных ярусов. При этом матрица для последнего, 5-го яруса \underline{E}_5^{-1} имеет (p-5)-й порядок.

Схема построения матриц \underline{E}^{-1} для разных ярусов показана на рис. 2.

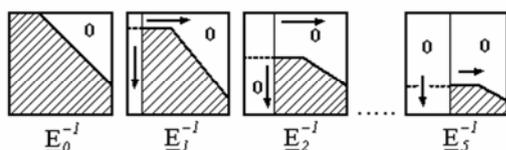


Рис. 2

Кроме того, по принятым теориям ползучести строятся обратные матрицы матричного модуля \underline{E}_2^{-1} порядка p для различных по характеристикам упругоползучести грунтов.

Вся исследуемая область разбивается на систему конечных элементов. Расчетная схема сначала включает основание и нулевой ярус, и расчет начинается с использования «модулей» \underline{E}_0^{-1} и \underline{E}_2^{-1} . В грунте вычисляются деформации упругоползучести только от действия веса фундамента (нулевого яруса), а напряжения в нем определяются также и от действия собственного веса, а в самом фундаменте перемещения и напряжения вычисляются только от действия собственного веса.

Затем расчетная схема расширяется путем присоединения 1-го яруса, и дополнительно используется матрица \underline{E}_1^{-1} . Так последовательно расчетная схема расширяется до охвата всего объекта и одновременно в расчет включаются дополнительно обратные матрицы матричных «модулей» расположенных выше ярусов.

Следуя процедуре МПД, вычисляются обобщенные матрицы жесткости элементов, а затем и всей системы. Разрешающее уравнение имеет вид

$$\underline{K}_t \cdot \bar{q}_t = \bar{R}_t, \quad (2)$$

где \underline{K}_t – обобщенная матрица жесткости системы, в общем случае порядка $3Np$; \bar{q}_t – искомый вектор эволюции узловых перемещений системы; \bar{R}_t – вектор узловой нагрузки.

По полученному \bar{q}_t определяются векторы эволюции компонентов деформации и напряжений:

$$\bar{\epsilon}_t^r = \underline{B}_t \cdot \bar{q}_t, \quad (3)$$

$$\bar{\sigma}_t = \underline{D}_t \cdot \bar{\epsilon}_t, \quad (4)$$

где \underline{B}_t – обобщенная матрица связи между узловыми перемещениями и деформациями; \underline{D}_t – обобщенная матрица упругоползучести.

Изложенная методика позволяет производить расчеты не только при проектировании зданий с грунтовым основанием, но и при их реконструкции (изменении этажности, замене конструкций и т. д.).

В качестве иллюстративного примера рассматривается контактная задача исследования во времени в условиях плоской деформации осадки и напряженно-деформированного состояния плиты и ее основания. Размер железобетонной плиты с «размазанной» арматурой – $l \times h$ ($2,0 \times 20,0$) м, а толщина деформируемого вязкоупругого грунтового основания, лежащего на абсолютно жесткой полуплоскости, $H=12$ м. Горизонтальный расчетный размер грунтового основания $L=60$ м.

В силу симметрии рассматривается половина расчетной области, разбитая на конечные элементы.

МПД позволяет выполнять расчеты с реальным армированием.

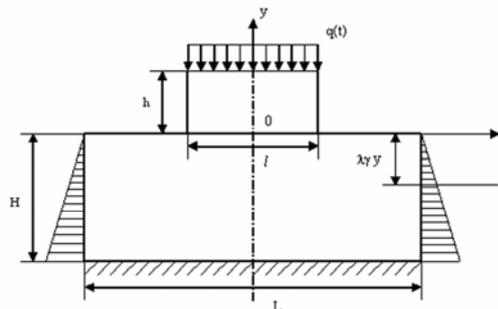


Рис. 3

Граничные условия:

- при $y = h$: $\sigma_n = -q(t)$, $\tau_n = 0$, $0 \leq x \leq l/2$;
- при $x = l/2$: $\sigma_n = 0$, $\tau_n = 0$, $0 \leq y \leq h$;
- при $x = 0$: $n = 0$, $v \neq 0$, $-H < y \leq h$, $u = 0$;
- при $y = -H$: $n \neq 0$, $0 < x < l/2$, $v = 0$;
- при $y = 0$: $0 \leq x \leq l/2$, $u^n = u^0$, $v^n = v^0$,
 $\sigma_n = 0$, $\tau_n = 0$, $l/2 \leq x \leq l/2$;
- при $x = l/2$: $0 \leq y \leq -H$, $\sigma_n = \lambda\gamma y$.

Поведение упругоползучего материала плиты описывается уравнениями наследственной теории старения с мерой ползучести С. В. Александровского [2], а материала основания – с мерой ползучести [3] в виде

$$\delta(t, \tau) = (1/E)[1 + (\Delta/\alpha)(t - \tau)^\alpha], \quad (5)$$

где Δ, α – параметры ползучести грунта.

Рассмотрим 600-суточный отрезок времени, в который введена 40-точечная равномерная сетка с шагом $\Delta t = 15$ сут и возрастающей по линейному закону

$$q = q_0[1 + 0,0033(t_i - \tau)],$$

где $t_i \geq \tau$.

Модуль упругости старого бетона $E_6 = 2,4 \times 10^4$ МПа, постоянный во времени модуль упругости основания $E_r = 100$ МПа, коэффициенты Пуассона приняты постоянными $\nu_6 = 0,16$ и $\nu_r = 0,25$.

На рис. 4 представлены эпюры нормальных касательных напряжений в ряде сечений плиты и грунтового основания, а также эпюры вертикальных перемещений (осадки) в грунте основания.

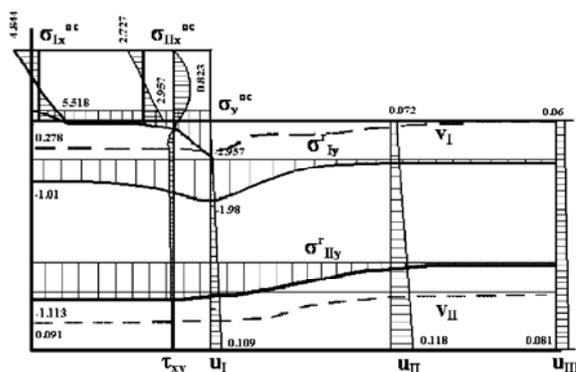


Рис. 4

Характер изменения во времени вертикальных перемещений точки симметрии контакта плиты и основания приведен на рис. 5.

Здесь же показаны (вместе с графиком приложения внешней нагрузки) графики изменения во времени напряжения σ_x нижней части плиты вблизи контакта и оси симметрии, а σ_y – в нижней части плиты у свободного края.

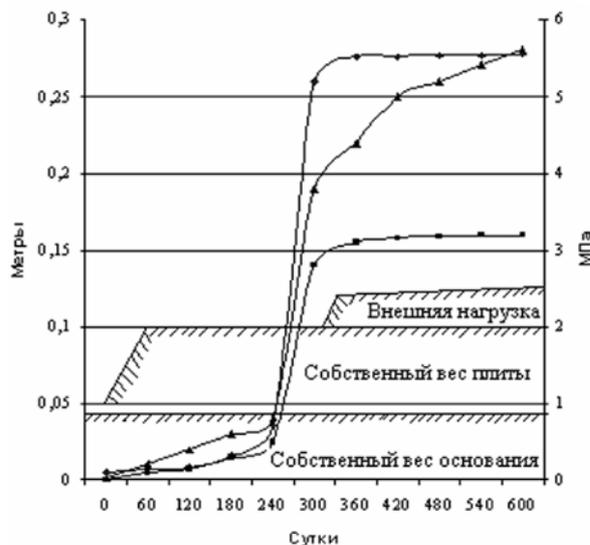


Рис. 5

Анализ полученного решения выявляет довольно большую концентрацию контактного напряжения σ_y у края плиты и его снижение к центру плиты.

Отмечен значительный рост во времени перемещений, деформаций и небольшое изменение компонентов тензора напряжений.

В заключение отметим, что МПД и изложенная методика позволяют решать и пространственные задачи совместного расчета проектируемых или реконструируемых моделей реальных зданий и сооружений, конструкции которых могут состоять из неоднородных по свойствам упругоползучести материалов на сложном основании, состоящем из различных грунтов и горных пород.

Список литературы

1. Тер-Эммануэльян Н. Я. Метод пространственно-временной дискретизации для решения линейных задач теории ползучести // Сб. по вопросам математики и механики. Вып. 7 / КазГУ. Алма-Ата, 1975.
2. Александровский С. В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменение температуры и влажности с учетом ползучести. М.: Стройиздат, 1973.
3. Ержанов Ж. С. Теория ползучести горных пород и ее приложение. Алма-Ата: Наука, 1964.