

РАСЧЕТЫ ПРОЦЕССА ПРОМЕРЗАНИЯ И ОТТАИВАНИЯ ПО ПРОГРАММЕ «TERMOGROUND»

С. А. КУДРЯВЦЕВ — канд. техн. наук, докторант, Санкт-Петербургский Государственный университет путей сообщения, г. Санкт-Петербург.

Приведены результаты анализа опубликованных в научной печати аналитических, численных решений задач процесса промерзания и оттаивания в сравнении с численными решениями с использованием модуля «TERMOGROUND» программного комплекса «FEM models». Целью данного исследования являлась проверка адекватности разработанной и используемой в расчетах модели промерзающего и оттаивающего грунта, а также демонстрация функциональных возможностей программного модуля «TERMOGROUND» при расчете сооружений на морозоопасных грунтах в условиях глубокого сезонного промерзания.

ВВЕДЕНИЕ

Цель данного исследования:

проверка адекватности разработанной и используемой в расчетах модели промерзающего и оттаивающего грунта;

демонстрация функциональных возможностей программы «Termoground» в программном комплексе «FEM-models» и специфической проблемы расчета сооружений на морозоопасных грунтах в условиях глубокого сезонного промерзания.

Исходные и вычисляемые параметры теплофизических задач процесса промерзания и оттаивания определяются с помощью программы «Termoground» в программном комплексе «FEM-models», разработанным геотехниками Санкт-Петербурга и подробно рассмотренных в работах [1–5].

1. ПРОМЕРЗАНИЕ СТОЛБИКА ГРУНТА СВЕРХУ

Численные результаты, полученные с использованием программы «Termoground», сравнивались с численными результатами Я. А. Кроника [6] и результатами аналитического решения распределения температуры по глубине, приведенными А. В. Лыковым [7]

(так называемой задачи Стефана). За рубежом эта задача известна как решение Ф. Неймана.

Промоделируем процесс промерзания влажного слоя песчаного грунта во времени с учетом фазовых переходов воды в интервале отрицательных температур, рассмотренный Я. А. Кроником [6]. На поверхности грунта задана постоянная температура $T_{surf} = -5$ °С. В начальный момент решения температура песчаного грунта по глубине составляет 0°С, а влажность слоя $w = 0,20$.

Точное аналитическое решение задачи данного класса о распределении температуры по глубине дается А. В. Лыковым [7] в виде формулы

$$T_f = T_{surf} \left(1 - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{a_f t}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{\beta}{2\sqrt{a_f}}\right)} \right), \quad (1)$$

где T_{surf} – температура поверхности грунта; erf – интеграл вероятности; y – расстояние по глубине; a_f – коэффициент температуропроводности мерзлого грунта; $\beta = 0,025182$ – коэффициент пропорциональности, определяемый из выражения

$$\beta = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda_f \cdot T_{surf}}{L_0 \cdot w \cdot \rho \cdot \pi \cdot a_f}}, \quad (2)$$

где λ_f – теплопроводность мерзлого грунта; L_0 – удельная теплота фазовых превращений вода–лед в расчете на единицу массы; ρ – плотность сухого грунта ($\rho=1,6 \text{ т/м}^3$).

Как видно из рис. 1, 2 и как отмечал Я. А. Кроник [6], решение МКЭ при приближении к 0°C дает более изогнутую линию, чем аналитическое решение. Изгиб объясняется эффектом «размазывания» теплоты фазового перехода свободной воды в интервале $T_{bf} \leq T < 0^\circ\text{C}$. В данной модели промерзающего грунта при сравнении результатов численного и аналитического решения температура начала замерзания принималась $T_{bf} = -0,3^\circ\text{C}$. В общем виде погрешность численных расче-

тов очень невелика и при уменьшении интервала температуры начала замерзания снижается, становясь сравнимой с необходимой точностью определения температур в грунте.

2. ПРОМЕРЗАНИЕ СТОЛБИКА ГРУНТА С ВЕРХУ И СНИЗУ

Промоделируем процесс промерзания влажного слоя песчаного грунта (с конечной толщиной 10 м) во времени с учетом фазовых переходов воды в интервале отрицательных температур, рассмотренный Я. А. Кроником [6]. Промораживание осуществлялось сверху

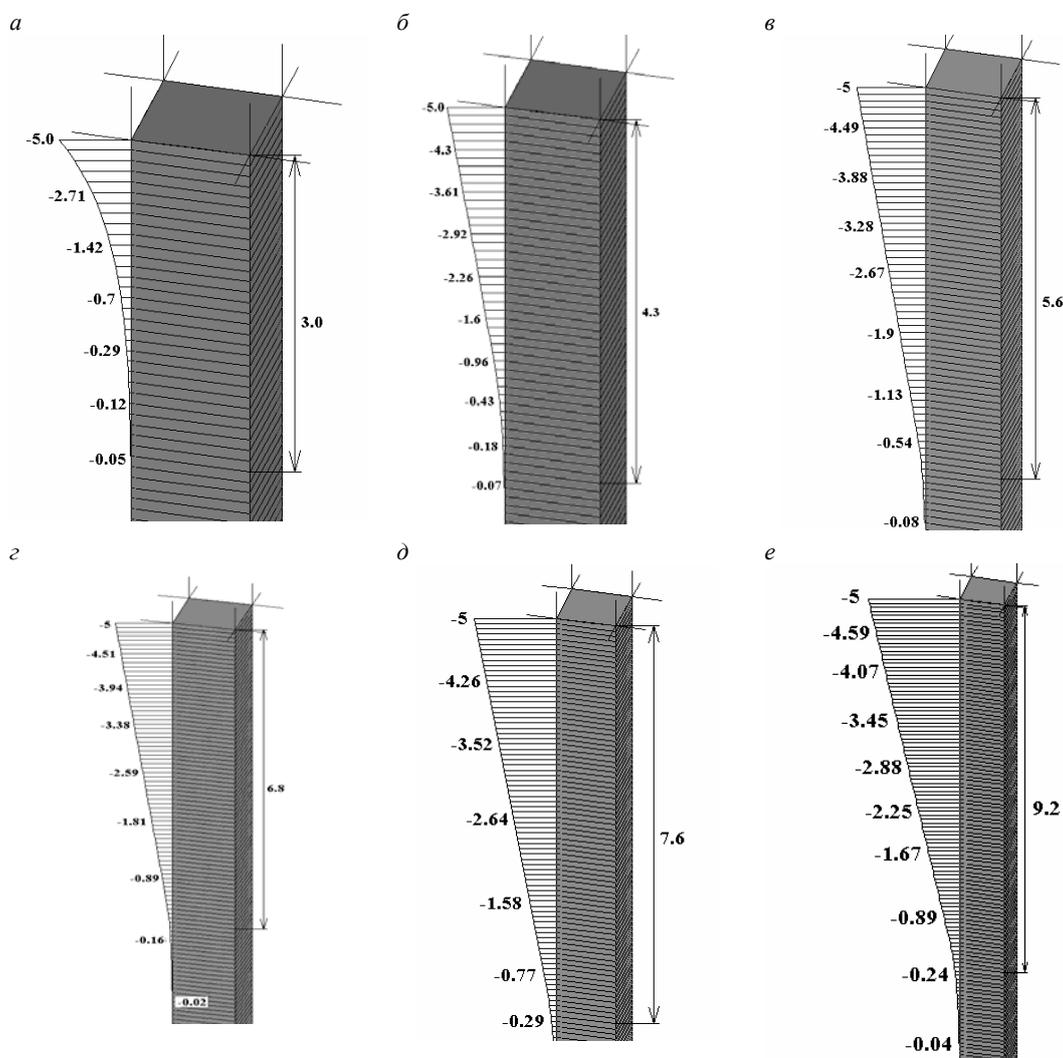


Рис. 1. Эпюры распределения температур песчаного грунта во времени:
 а – на 1-й год; б – на 2-й год; в – на 4-й год; г – на 6-й год; д – на 8-й год; е – на 12-й год

и снизу постоянной температурой на поверхности грунта, равной $T_{surf} = -5^\circ\text{C}$. В начальный момент решения температура песчаного грунта по глубине составляла 0°C , а влажность слоя $w = 0,20$.

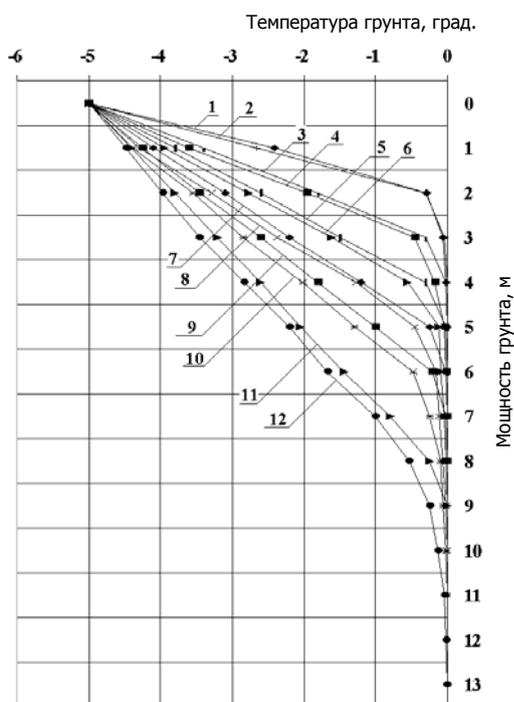


Рис. 2. Промерзание слоя грунта во времени
1 – 1 год (МКЭ); 2 – 1 год (Стефан); 3 – 2 года (МКЭ); 4 – 2 года (Стефан); 5 – 4 года (МКЭ); 6 – 4 года (Стефан); 7 – 6 лет (МКЭ); 8: 6 лет (Стефан); 9 – 8 лет (Стефан); 10 – 8 лет (МКЭ); 11 – 12 лет (Стефан); 12 – 12 лет (МКЭ)

Как видно из рис. 3, 4, первые 4 года процесс промерзания аналогичен показанному на рис. 1, 2. После замерзания всей свободной воды скорость промерзания резко увеличивается, и графики становятся подобны графикам, полученным при расчете без учета фазовых переходов. Следует отметить большой сдвиг по времени: если при нулевой влажности грунт полностью промерзает при температуре на верхней и нижней границах поверхности $T_{surf} = -5^\circ\text{C}$ (квазистационарное состояние) примерно через 1,5 года, то при наличии фазовых переходов – только на 6-й год. Такие же результаты были получены в численных экспериментах Я. А. Кроника [6].

Таким образом, численное моделирование теплофизических задач с фазовыми переходами воды в интервале отрицательных

температур МКЭ в нелинейной постановке дает достаточно точные результаты и может применяться для определения температурных полей процесса промерзания и оттаивания.

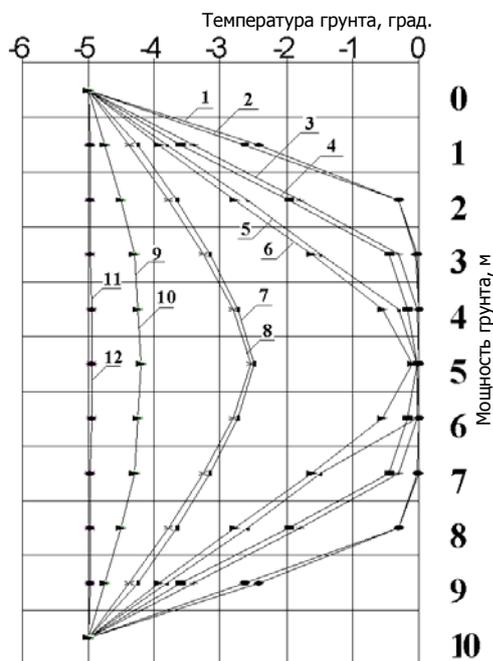


Рис. 3. Двустороннее промерзание слоя грунта:
1 – 1 год (МКЭ); 2 – 1 год (Стефан); 3 – 2 года (Стефан); 4 – 2 года (МКЭ); 5 – 4 года (Стефан); 6 – 4 года (МКЭ); 7 – 5 лет (Стефан); 8 – 5 лет (МКЭ); 9 – 1 год (МКЭ) при $w = 0$; 10 – 1 год (Стефан) при $w = 0$; 11 – 6 лет (Стефан); 12 – 6 лет (МКЭ)

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ СТОЛБИКА ГРУНТА

Результаты расчета по программе «Termoground» сравнивались с результатами расчета, приведенного в канадском программном комплексе TEMP/W [8]. В качестве тестовой численной задачи распределения теплового потока исследовалось распределение одномерного статического потока тепла. Аналитическую форму решений можно получить, используя основной закон распределения теплового потока. Сначала пример решался по программе «Termoground», и результат сравнивался с результатами численных решений по программе TEMP/W и аналитического решения с использованием электронной таблицы Microsoft Excel.

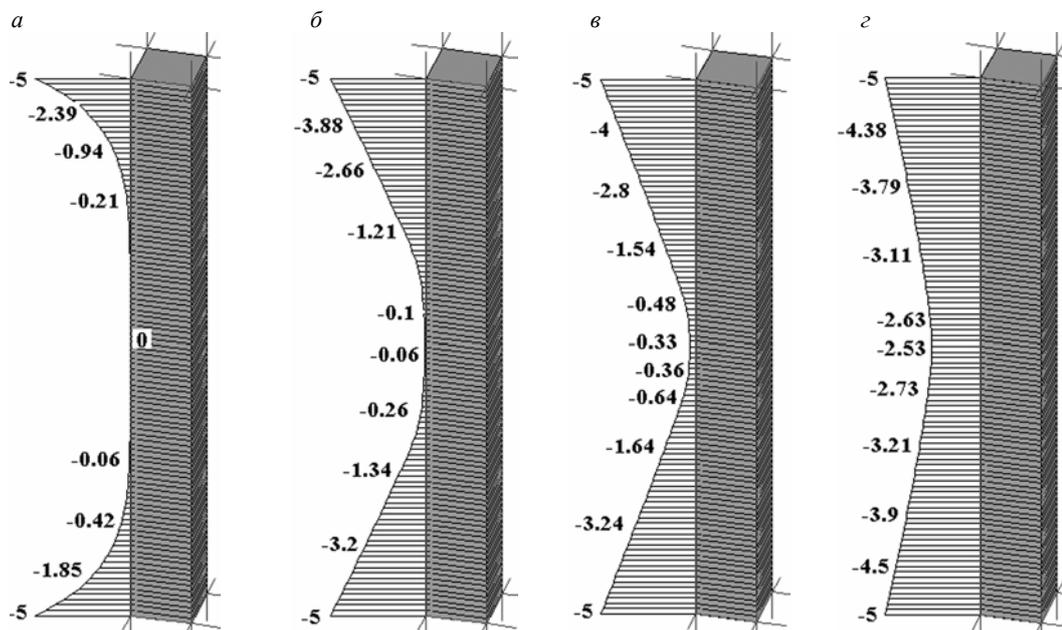


Рис. 4. Эпюры распределения температур песчаного грунта во времени:
 а – на 1-й год; б – на 2-й год; в – на 4-й год; з – на 5-й год

Постановка задачи, геометрия и конечная элементная дискретизация расчетной схемы показаны на рис. 5. Столбик грунта длиной 10 м и сечением 1,0 × 1,0 м разбит на 100 тетраэдров толщиной 0,1 м. Грунт изотропный с теплопроводностью $\lambda = 1,0$ Дж/(с·м·°С). Для корректного сравнения с устойчивым аналитическим решением в численных решениях не учитывалось изменение влажности грунта в процессе промерзания, поэтому задача решалась без учета фазовых переходов воды в интервале отрицательных температур. Граничные условия задачи заданы следующим образом: слева – температура на поверхности $T_{surf} = +5,0^\circ\text{C}$, справа – $T_{surf} = -5,0^\circ\text{C}$; тепловой поток на боковых поверхностях – нулевой, соответственно, температура грунта внутри столбика – тоже нулевая.

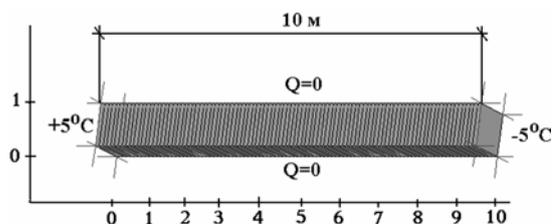


Рис. 5. Трехмерная расчетная модель распределения теплового потока

Решение, основанное на трехмерном законе распределения теплового потока через столбик грунта, определяется выражением

$$Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta Z} V, \quad (3)$$

где Q – тепловой поток; λ – теплопроводность грунта; T – температура грунта; Z – расстояние; V – объем теплового потока.

Отрицательный знак в уравнении (3) указывает, что изменение теплового потока происходит от высокой температуры к более низкой, т. е. поток нагревает (слева направо в этом примере).

С учетом постановки задачи приняты следующие значения параметров правой части уравнения (3):

$$\lambda = 1,0 \text{ Дж/(с·м·°С)}; \Delta T = -10,0^\circ\text{C}; \\ \Delta Z = 10,0 \text{ м}; V = 1,0 \text{ м}^3.$$

Таким образом, вышеуказанные количественные параметры являются постоянными, а вычисляемое значение теплового потока в грунте, согласно уравнению (3), также постоянно $Q = 1,0$ Дж/с. Постоянное изменение тепла соответствует принципу сохранения энергии, т. е. изменение тепла в столбике

грунта должно находиться в таком же устойчивом состоянии. На рис. 6 показаны графики распределения температуры грунта по глубине во времени в течение одного года.

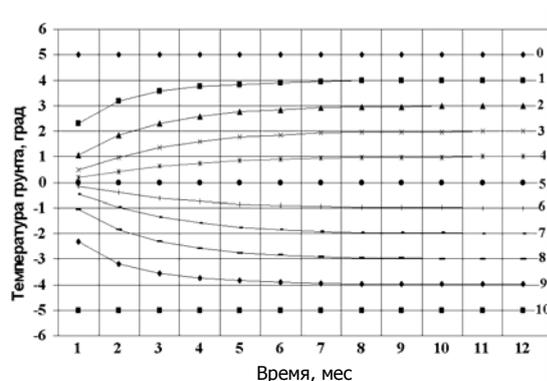


Рис. 6. Графики распределения температуры грунта по глубине: 0 – 0 м; 1 – 1 м; 2 – 2 м; 3 – 3 м; 4 – 4 м; 5 – 5 м; 6 – 6 м; 7 – 7 м; 8 – 8 м; 9 – 9 м; 10 – 10 м

На 8-й месяц распределение температуры достигает устойчивого состояния, соответствующего аналитическому решению.

В результате преобразования уравнение (3) устойчивого состояния температурного распределения трехмерного теплового потока запишется

$$T = 5 - \frac{Q \cdot Z}{\lambda \cdot V} \quad (4)$$

Поскольку значения величин Q , λ , V равны единице, в результате подстановки исходных параметров уравнение (4) упрощается до выражения

$$T = 5 - Z \quad (5)$$

Уравнение (5) предполагает, что температура вдоль столбика грунта уменьшается линейно слева направо (рис. 7). Такие же результаты получены при рассмотрении теории программного комплекса TEMP/W в сравнении с аналитическим решением и решением по программе «Termoground» программного комплекса «FEM models» в период устойчивого состояния (см. рис. 6).

Анализ графиков на рис. 7 свидетельствует о хорошей сходимости полученных результатов.

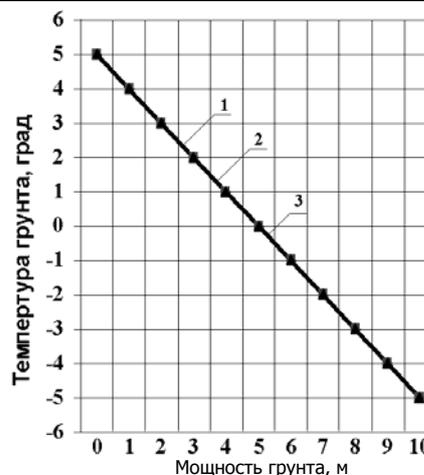


Рис. 7. Графики распределения температуры грунта по глубине: 1 – аналитическое решение; 2 – TEMP/W; 3 – «Termoground»

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОЦЕССА ПРОМЕРЗАНИЯ И ОТТАИВАНИЯ

Анализ трехмерного процесса промерзания и оттаивания столбика грунта по программе «Termoground» проводился в сравнении с результатами аналитического решения по теории Ф. Неймана в изложении Н. Вебера в 1901 г. [9] и численного расчета, приведенного в описании теоретической части канадского программного комплекса TEMP/W [8] в качестве тестовой задачи. Количественная и качественная формы этих решений возможны в нестационарном режиме при пошаговом изменении во времени температуры на поверхности грунта. Процесс промерзания и оттаивания можно проанализировать, используя решение Ф. Неймана в решении Д. Никсона и Е. МакРобертса [10], когда определены следующие параметры:

λ_{th} – теплопроводность талого грунта; λ_f – теплопроводность мерзлого грунта; C_{th} – объемная теплоемкость талого грунта; C_f – объемная теплоемкость мерзлого грунта; L_0 – удельная теплота фазовых превращений вода-лед в расчете на единицу массы; T_g – однородная начальная температура грунта; T_{surf} – постоянная температура поверхности грунта.

На рис. 8 показана расчетная схема с исходными параметрами для решения тестовых задач промерзания и оттаивания по программе «Termoground» в сравнении с результатами

аналитического решения по теории Неймана и по программе TEMP/W.

В этом тестовом примере теплопроводность $\lambda_{th} = 0,1$ МДж/(дн·м·°С) и объемная теплоемкость талого грунта $C_{th} = 2$ МДж/м³ имеют такие же значения, как в мерзлом состоянии, влажность грунта $w = 1,0$. Температура поверхности грунта $T_{surf} = +5,0$ °С. Температура талого грунта $T_{th} = 0$ °С, мерзлого грунта $T_f = -3,0$ °С. Удельная теплота фазовых превращений вода–лед равна $L_0 = 334$ МДж/м³.

Закрытая форма решения допускает поглощение или отдачу удельной теплоты фазовых превращений вода–лед при переходе через температуру грунта $T = 0$ °С.

Основополагающими работами в общей теории теплопроводности являются исследования, выполненные Д. В. Фурье в период 1807–1822 гг. Первая работа российских ученых выполнена академиком Петербургского института путей сообщения М. В. Остроградским во время пражской командировки (1822–1829 гг.) у Д. В. Фурье. М. В. Остроградский предложил метод решения дифференциальных уравнений процесса теплопроводности. Этот метод он применяет для решения задачи о распространении тепла в шаре – задаче, которая ранее рассматривалась Д. В. Фурье и С. Д. Пуассоном.

Эстафету знаменитых ученых в области теплопроводности в 1830 г. приняли Габриэль Ламе и Бенуа Клайперон, работавшие в Петербургском институте путей сообщения с академиком М. В. Остроградским. Под влиянием его идей они составили уравнение распространения границы раздела фаз в связи с решением задачи об остывании первоначально расплавленного земного шара. Постановка задачи не отличается от современной. Приняв малую толщину литосферы, Габриэль Ламе и Бенуа Клайперон пренебрегли ее кривизной и рассмотрели задачу об одномерном теплотоке в прямолинейных координатах. В итоге ими было получено приближенное решение задачи в виде движения границы затвердевания [11].

Решение данной задачи применительно к процессам оттаивания и промерзания впервые предложено в 1860 г. Ф. Нейманом и подробно рассмотрено Х. С. Карслоу и Д. К. Джагером в 1947 г. [12, 13]. В 1889 г. эту же задачу

более подробно рассмотрел и опубликовал ее решение австрийский исследователь И. Стефан [14] в следующем виде

$$Z = \alpha \sqrt{t}, \quad (6)$$

где Z – глубина фронта оттаивания или промерзания; t – время промерзания или оттаивания; α – коэффициент функций свойств грунта и граничных условий.

Отношение α к различным теплофизическим параметрам определяется выражением

$$\frac{\alpha}{2(a_{th})^{0,5}} = f \left\{ Ste, \left[-\frac{T_g \lambda_f}{T_{surf} \lambda_{th}} \left(\frac{a_{th}}{a_f} \right)^{0,5} \right] \right\}, \quad (7)$$

где Ste – число Стефана, выражающееся отношением коэффициента выделения тепла к удельной теплоте фазовых превращений:

$$Ste = \frac{C_{th} T_{surf}}{L_0}. \quad (8)$$

Параметры a_{th} и a_f – соответственно коэффициенты температуропроводности талого и мерзлого грунтов, определяемые как отношение теплопроводности грунта к его объемной теплоемкости:

$$a_{th} = \frac{\lambda_{th}}{C_{th}}; \quad a_f = \frac{\lambda_f}{C_f}. \quad (9)$$

Никсон и МакРобертс решение уравнения Неймана представили в графическом виде (рис. 8).

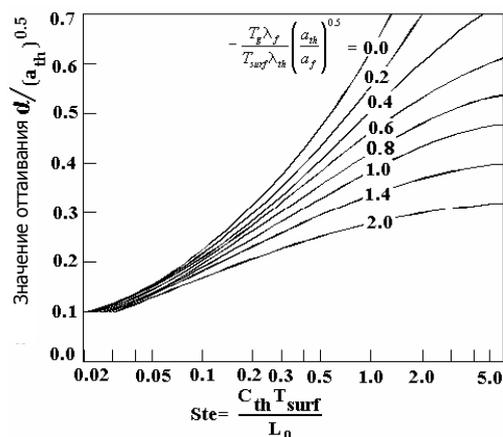


Рис. 8. Графическое представление решения уравнения Неймана, выполненное Никсоном и МакРобертсом

4. 1. Расчет фронта оттаивания во времени

Для расчета фронта оттаивания принимаем значения $a_{th} = a_f$ и $\lambda_{th} = \lambda_f$, тогда параметр

$$-\frac{T_g \lambda_f}{T_{surf} \lambda_{th}} \left(\frac{a_{th}}{a_f} \right)^{0,5}$$

становится равным $-\frac{T_g}{T_{surf}}$.

В случае оттаивания $T_{surf} = 5^\circ\text{C}$ и $T_g = -3^\circ\text{C}$. Следовательно, значение коэффициента равно

$$-\frac{T_g}{T_{surf}} = \frac{-(-3)}{5} = 0,6.$$

Тогда переменная Ste вычисляется следующим образом:

$$Ste = \frac{C_{th} T_{surf}}{L_0} = \frac{(2,0) \cdot (5)}{334} = 0,03$$

Используя эти два найденных параметра, можно определить из графиков на рис. 8 значение параметра оттаивания $\frac{\alpha}{2(a_{th})^{0,5}} = 0,1$.

Тогда значение α вычисляется как

$$\alpha = 2\sqrt{a_{th}}(0,1) = 2\sqrt{0,05} \cdot (0,1) = 0,045$$

Зная α , глубину фронта оттаивания можно определить из уравнения (6). Данная задача промоделирована программой «Termoground». Расчетная схема приведена на рис. 9. Процесс оттаивания и эпюры распределения температуры грунта по глубине показаны на рис. 10.

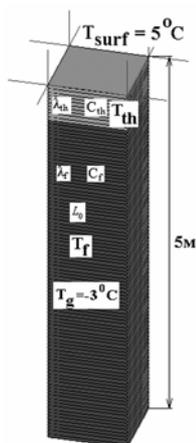


Рис. 9. Расчетная трехмерная схема процесса оттаивания

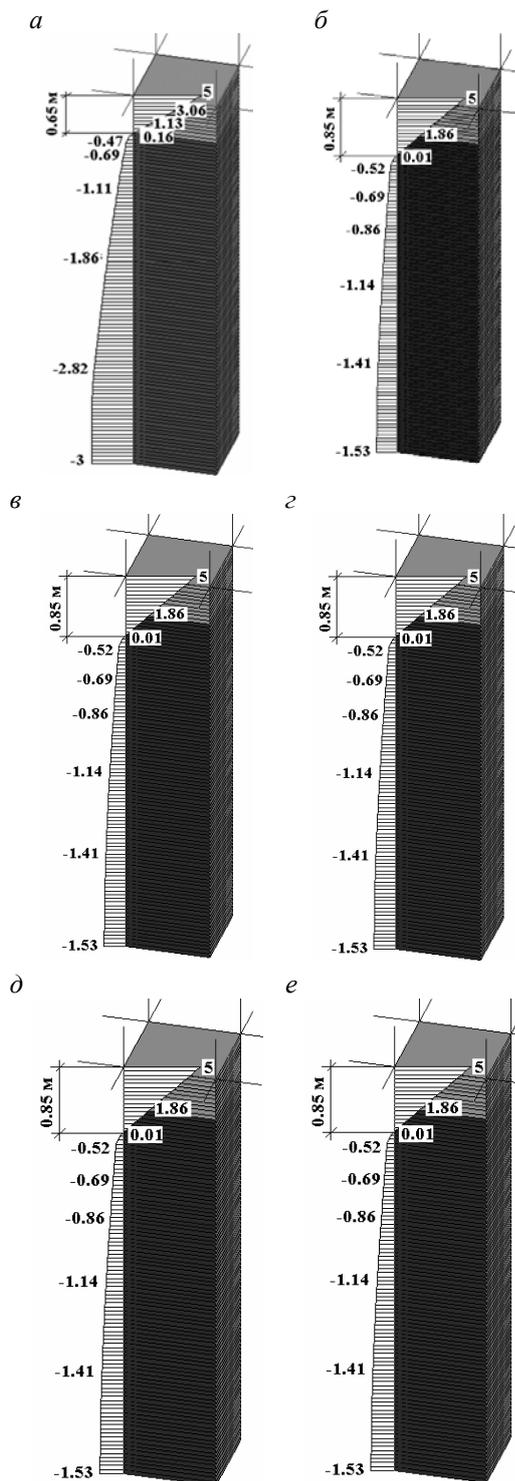


Рис. 10. Процесс оттаивания и эпюры распределения температуры грунта по глубине: а – за 200 дней; б – за 400 дней; в – за 600 дней; г – за 800 дней; д – за 1000 дней; е – за 1200 дней

На рис. 11 показаны графики изменения температуры грунта для различных глубин столбика грунта во времени.

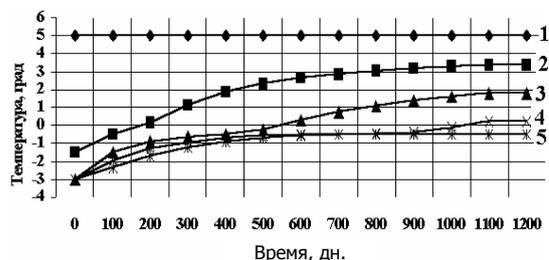


Рис. 11. Графики изменения температуры грунта по глубине во времени в процессе оттаивания: 1 – 0 м; 2 – 0,5 м; 3 – 1,0 м; 4 – 1,5 м; 5 – 2,0 м

Сравнение результатов оттаивания по аналитическому решению Неймана с численным решением по программам TEMP/W и Termoground, показало их хорошее согласие (рис. 12).

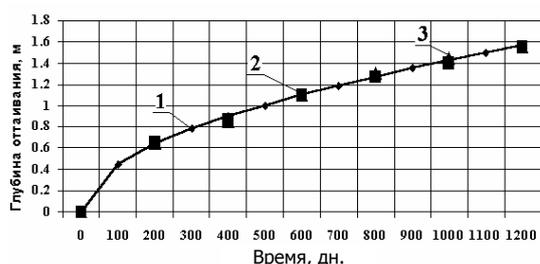


Рис. 12. Графики изменения фронта оттаивания во времени: 1 – по Нейману; 2 – по TEMP/W; 3 – по «Termoground»

4. 2. Расчет фронта промерзания во времени

Для расчета фронта промерзания во времени принимаем значения $a_{th} = a_f$ и $\lambda_{th} = \lambda_f$,

тогда параметр $-\frac{T_g \lambda_f}{T_{surf} \lambda_{th}} \left(\frac{a_{th}}{a_f}\right)^{0,5}$ становится

равным $-\frac{T_g}{T_{surf}}$. В случае промерзания $T_{surf} = -5^\circ\text{C}$ и $T_g = 3^\circ\text{C}$. Следовательно, значение коэффициента равно

$$-\frac{T_g}{T_{surf}} = \frac{-(-3)}{-5} = 0,6.$$

Тогда переменная Ste вычисляется следующим образом:

$$Ste = \frac{C_{th} T_{surf}}{L_0} = \frac{(2,0) \cdot (-5)}{-334} = 0,03.$$

Используя эти два найденных параметра, можно из графиков на рис. 8 определить значение параметра оттаивания $\frac{\alpha}{2(a_{th})^{0,5}} = 0,1$.

Тогда значение α вычисляется как

$$\alpha = 2\sqrt{a_{th}}(0,1) = 2\sqrt{0,05} \cdot (0,1) = 0,045.$$

Зная α , глубину фронта промерзания можно определить из уравнения (6). Данная задача промоделирована программой «Termoground». Расчетная схема приведена на рис. 13, на рис. 14 показаны графики изменения температуры грунта для различных глубин столбика грунта во времени. Процесс промерзания и эпюры распределения температуры грунта по глубине показаны на рис. 15.

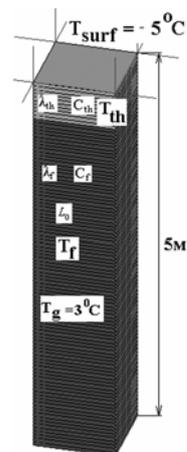


Рис. 13. Расчетная трехмерная схема процесса промерзания

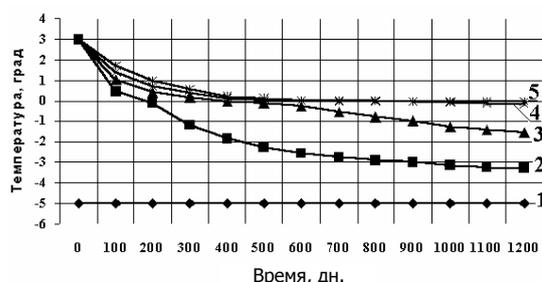


Рис. 14. Графики изменения температуры грунта по глубине во времени в процессе промерзания: 1 – 0 м; 2 – 0,5 м; 3 – 1,0 м; 4 – 1,5 м; 5 – 2,0 м

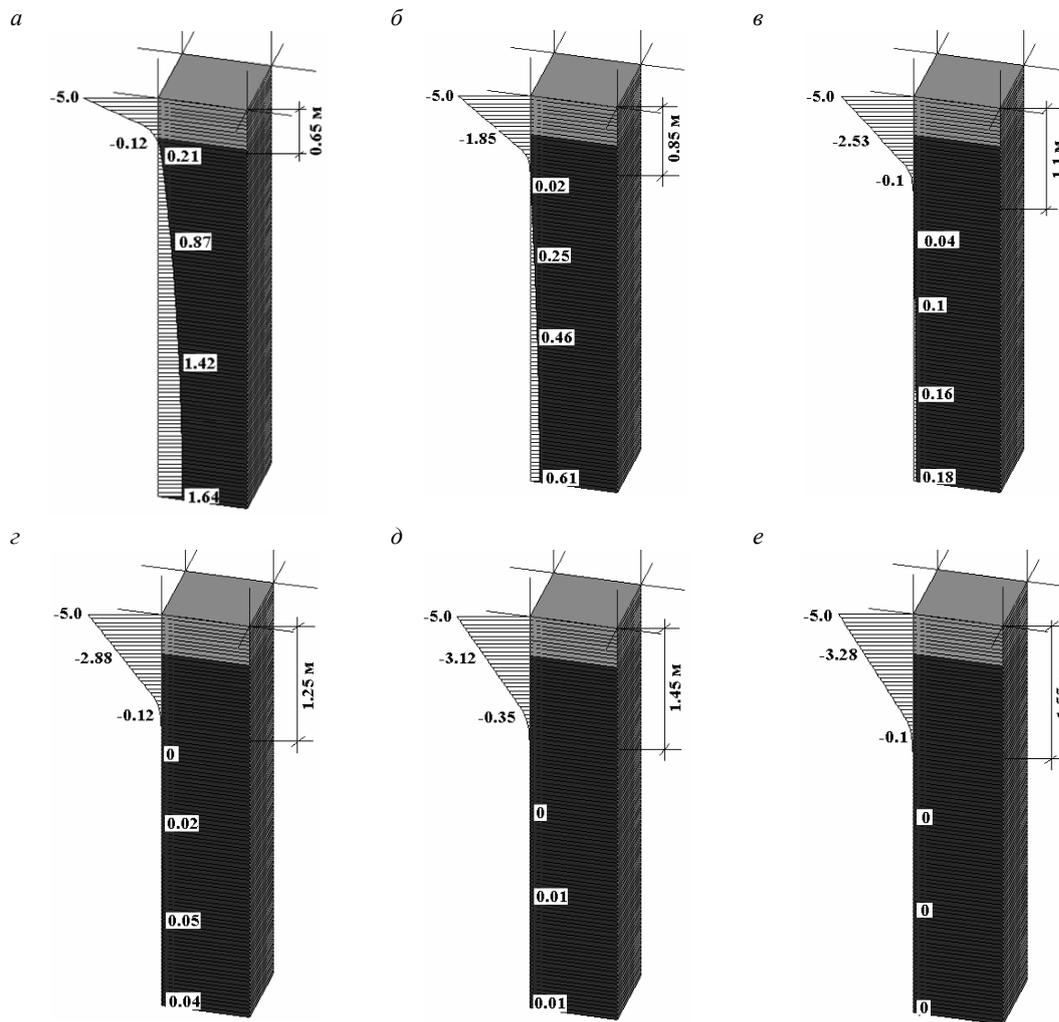


Рис. 15. Процесс промерзания и эпюры распределения температуры грунта по глубине: а – за 200 дней; б – за 400 дней; в – за 600 дней; г – за 800 дней; д – за 1000 дней; е – за 1200 дней

Результаты процесса промерзания, полученные по аналитическому решению Неймана и численному решению по программам TEMP/W и «Termoground» хорошо согласуются между собой (рис. 16).

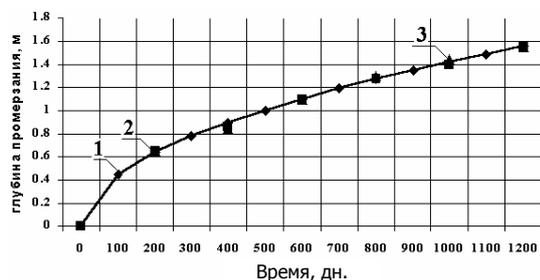


Рис. 16. Графики изменения фронта промерзания во времени: 1 – по Нейману; 2 – по TEMP/W; 3 – по «Termoground»

5. ГЕОТЕРМИЧЕСКИЙ
КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ
ПРОЦЕССА ПРОМЕРЗАНИЯ
И ОТТАИВАНИЯ

Одной из первых работ в геомеханике по использованию модели конечноэлементного анализа теплофизических задач с учетом фазовых переходов воды в лед была работа канадских специалистов К. Хванг, Д. Мюррей, Е. Брукер [15]. Они разбивали грунт мощностью 5 м плоской конечноэлементной сеткой. Начальная температура грунта равнялась $T_g = -2^\circ\text{C}$, начальная температура поверхности $T_{surf} = +5^\circ\text{C}$. Теплофизические свойства анализируемого талого грунта такие же, как у мерзлого грунта: теплопроводность $\lambda_{th} = 1 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{ч} \cdot \text{м} \cdot ^\circ\text{C})$, объемная теплоемкость $C_{th} = 1 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{м}^3 \cdot ^\circ\text{C}$, плотность грунта $\rho = 1 \text{ т}/\text{м}^3$ влажность $w = 1,0$, температура на поверхности $T_{surf} = +5,0^\circ\text{C}$. Удельная теплота фазовых превращений вода-лед равна $L_0 = 5 \cdot 10^7 \text{ Дж}/\text{м}^3$.

Глубина оттаивания по теории Хванга вычисляется с использованием графического решения, представленного Никсоном и Мак-Робертсом (см. рис. 8).

Для расчета фронта оттаивания значения $a_{th} = a_f$ и $\lambda_{th} = \lambda_f$, тогда параметр $-\frac{T_g \lambda_f}{T_{surf} \lambda_{th}} \left(\frac{a_{th}}{a_f}\right)^{0,5}$ становится равным $-\frac{T_g}{T_{surf}}$. В случае оттаивания $T_{surf} = 5^\circ\text{C}$ и $T_g = 2^\circ\text{C}$. Следовательно, значение коэффициента равно

$$-\frac{T_g}{T_{surf}} = \frac{-(-2)}{5} = 0,4$$

Тогда переменная Ste вычисляется следующим образом:

$$\text{Ste} = \frac{C_{th} T_{surf}}{L_0} = \frac{(1 \cdot 10^6) \cdot (5)}{5 \cdot 10^7} = 0,1.$$

Используя эти два найденных параметра, можно определить из графиков на рис. 8 значение параметра оттаивания $\frac{\alpha}{2(a_{th})^{0,5}} = 0,2$.

Тогда значение α вычисляется как

$$\alpha = 2\sqrt{a_{th}}(0,1) = 2\sqrt{\left(\frac{10^3}{10^6}\right)} \cdot (0,2) = 0,0126.$$

Зная α , глубину фронта оттаивания можно определить из уравнения (6).

Для анализа процесса оттаивания используются: по теории Хванга – показатель изменения мерзлой области (функция вертикального пошагового эквивалента незамерзшей воды); по теории программы TEMP/W – функция содержания незамерзшей воды в интервале температур замерзания грунта; по теории программы «Termoground» – функция изменения количества незамерзшей воды для различных грунтов в интервале отрицательных температур. Отметим, что последняя более реальна в физическом представлении, чем показатель изменения мерзлой области.

По программе «Termoground» данная задача моделируется трехмерным столбиком грунта мощностью 5 м с начальной температурой $T_g = -2^\circ\text{C}$ (рис. 17). Температура поверхности грунта $T_{surf} = 5,0^\circ\text{C}$ постоянна в течение всего периода воздействия.

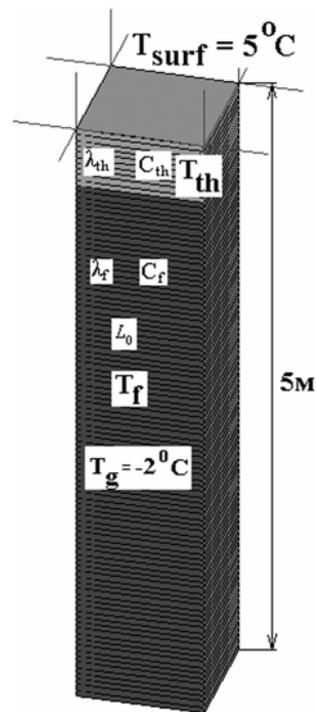


Рис. 17. Расчетная схема оттаивания

Сравнение величин глубин оттаивания, вычисленных различными методами, показало их хорошее согласие (табл. 1).

Таблица 1. Определение глубин оттаивания с помощью различных методик

Время воздействия	Глубина оттаивания, м			
	Аналитическое решение	По теории Хванга	По теории TEMP/W	По теории «Termoground»
126 ч (5 дн.)	0,14	0,1	0,14	0,14
1580 ч (66 дн.)	0,50	0,4	0,49	0,50
6310 ч (263 дн.)	1,00	0,9	0,92	0,95

Распределение температур по глубине в различные периоды времени идентично для всех трех конечноэлементных формулировок, небольшие различия отмечаются лишь на последнем шаге по времени (6310 ч).



Рис. 18. Распределение температур столбика грунта по глубине на различные периоды времени:
 1 – 126 ч (Хванг); 2 – 126 ч (TEMP/W);
 3 – 126 ч («Termoground»); 4 – 1580 ч (Хванг);
 5 – 1580 ч TEMP/W; 6 – 1580 ч «Termoground»;
 7 – 6310 ч (Хванг); 8 – 6310 ч (TEMP/W);
 9 – 6310 ч («Termoground»)

Результаты численного анализа процесса оттаивания по программе «Termoground» в различные периоды (рис. 19) хорошо согласуются с численными решениями по теории Хванга и TEMP/W.

6. АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ОТТАИВАНИЯ ВЕЧНОМЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ ПО ПРОГРАММЕ «TERMOGROUND» В СРАВНЕНИИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ РАСЧЕТА ПО ТЕОРИИ ХВАНГА И ПРОГРАММЕ TEMP/W

В работе канадских специалистов К. Хванг, Д. Мюррей, Е. Брукер [15] представлен пример, показывающий деградацию

вечномерзлого грунта под теплым зданием. Анализ выполнен с помощью программ TEMP/W и «Termoground».

Температура грунта моделируемой площадки изменяется от -2°C на поверхности до 0°C на глубине 60 м. Ввиду симметрии в численном анализе рассмотрена половина строения шириной 40 м. Температура в здании равна $+15,5^{\circ}\text{C}$, а средняя температура поверхности за пределами строения составляет $-1,94^{\circ}\text{C}$. Расчетная схема для анализа деградации вечной мерзлоты приведена на рис. 20. Теплофизические свойства грунта анализируемого основания приведены в табл. 2.

Таблица 2. Теплофизические свойства грунта анализируемого основания при деградации вечной мерзлоты

Свойства грунта	Мерзлого	Талого
Теплопроводность, кал/(ч·м· $^{\circ}\text{C}$)	2×10^3	1×10^3
Плотность сухого грунта, т/м ³	1,31	1,31
Объемная теплоемкость, кал/(м ³ · $^{\circ}\text{C}$)	$3,8 \times 10^5$	$6,3 \times 10^5$
Удельная теплота фазовых превращений вода–лед, кал/м ³	$8 \cdot 10^7$	–
Влажность грунта	0,18	0,18

Поскольку Хванг не учитывает функцию изменения количества незамерзшей воды для различных грунтов в интервале отрицательных температур и оперирует показателем изменения мерзлой области (функция вертикального пошагового эквивалента незамерзшей воды) иначе, чем в программах TEMP/W и «Termoground», необходимо сделать некоторые предположения.

В конечноэлементных решениях при определении глубины фронта оттаивания принималось условие, при котором показатель изменения мерзлой области по теории Хванга эквивалентен функции изменения количества незамерзшей воды при влажности $w = 0,18$. Это позволяет сравнивать глубину оттаивания по оси симметрии здания элемента по теории Хванга и изолинии температур грунтов в основании по теории программ TEMP/W и «Termoground».

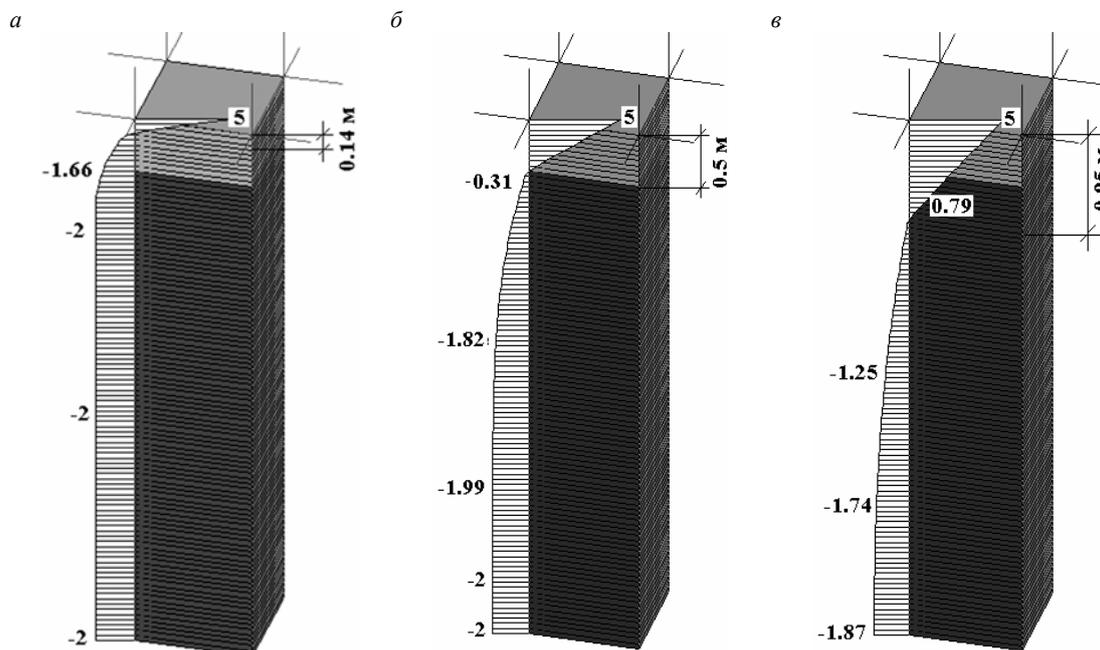


Рис. 19. Эпюры распределения температур столбика грунта по глубине для различных периодов по программе «Termoground»: а – 126 ч; б – 1580 ч; в – 6310 ч

Расчетная схема при решении по программе «Termoground» представлена на рис. 20.

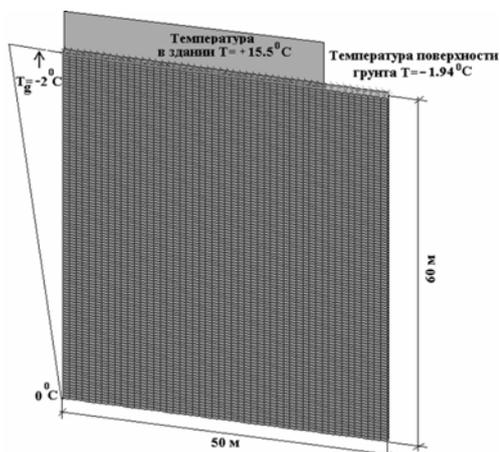


Рис. 20. Расчетная схема процесса оттаивания вечномёрзлых грунтов

На рис. 21–24 показаны изолинии температур и чаши протаивания вечномёрзлого грунта под зданием в различные периоды времени, вычисленные по программе «Termoground». Количественные результаты хорошо

согласуются с результатами, полученными по программе TEMP/W.

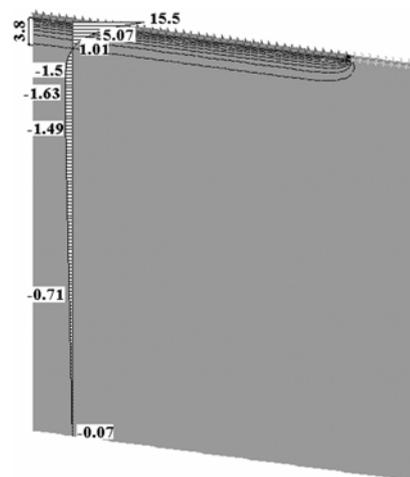


Рис. 21. Изолинии температур и чаша протаивания вечномёрзлого грунта под зданием на период времени $1,0 \times 10^4$ (1,1 год)

Сравнение результатов вычисления глубины оттаивания по различным методикам показало их хорошее согласие (табл. 3).

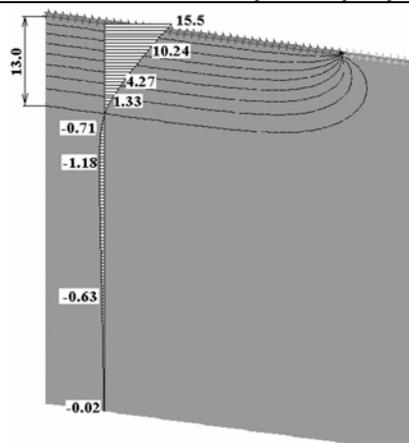


Рис. 22. Изолинии температур и чаша протаивания вечномерзлого грунта под зданием на период времени $1,0 \times 10^5$ (11 лет)

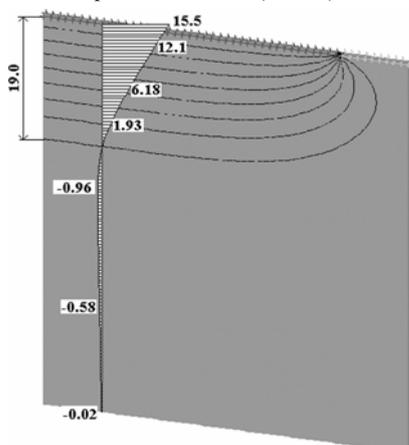


Рис. 23. Изолинии температур и чаша протаивания вечномерзлого грунта под зданием на период времени $2,2 \times 10^5$ (25 лет)

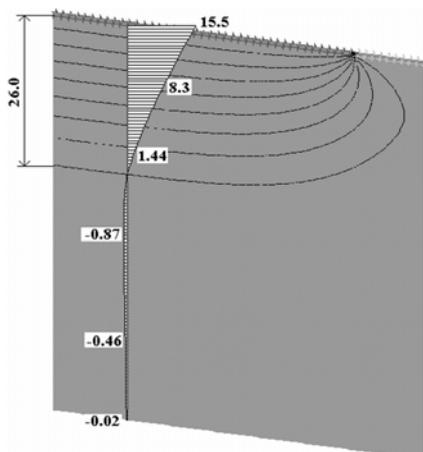


Рис. 24. Изолинии температур и чаша протаивания вечномерзлого грунта под зданием на период времени $4,0 \times 10^5$ (46 лет)

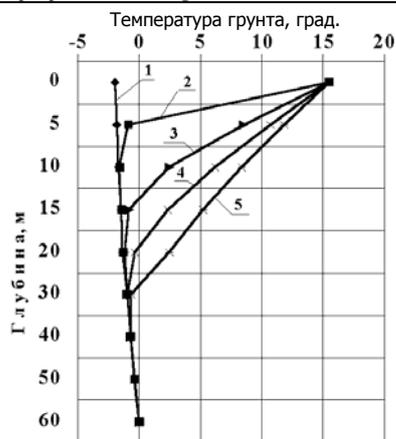


Рис. 25. Графики распределения температур в основании здания на различные периоды времени: 1 – 0 лет; 2 – 1,1 год; 3 – 11 лет; 4 – 25 лет; 5 – 46 лет

Таблица 3. Глубина оттаивания вечномерзлого грунта под зданием

Время оттаивания	Глубина оттаивания по оси симметрии, м		
	Хванг	ТЕМР/W	«Termoground»
$1,0 \times 10^4$ ч, (1,1 год)	4	3,8	3,8
$1,0 \times 10^5$ ч, (11 лет)	13	13,0	13
$2,2 \times 10^5$ ч, (25 лет)	19	19,3	19
$4,0 \times 10^5$ ч, (46 лет)	24	26,0	26

7. АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ПРОМЕРЗАНИЯ ГРУНТА ВОКРУГ ТРУБЫ

Р. Кутс, Д. Конрад [16] в 1994 г. проанализировали конечноэлементное решение промерзания грунта вокруг заглубленной трубы после двух лет эксплуатации. Это решение было проанализировано программой ТЕМР/W и «Termoground».

Труба диаметром 30 см заглублена в грунт на 30 см. Конечноэлементная расчетная схема данного решения представлена на рис. 26, а. Температура на поверхности грунта постоянна ($T_{surf} = +3,0^\circ\text{C}$). В течение всего периода исследований процесса промерзания температура на внутренней поверхности трубы была постоянной ($-2,0^\circ\text{C}$), а начальная температура грунта $T_g = 3,0^\circ\text{C}$. Теплофизические свойства

грунта, используемые в решении, приведены в табл. 4.

Таблица 4. Теплофизические свойства грунта

Свойства грунта	Мерзлого	Талого
Теплопроводность, МДж/(с · м · °С)	0,15552	0,12960
Объемная теплоемкость, МДж/(м ³ ·°С)	1,95	1,95
Удельная теплота фазовых превращений вода-лед, МДж /м ³	334	–
Влажность	0,3772	0,3772

Учет теплоты фазового перехода воды в лед в интервале температур является функцией содержания незамерзшей воды в грунте для всех трех конечноэлементных анализов. Эта задача решается в течение 730 дней (2 лет).

В табл. 5 приведены результаты распределения фронта промерзания вокруг трубы через 730 дней, полученные по трем конечно-элементным решениям.

Таблица 5. Распределение фронта промерзания вокруг трубы

Позиция	Фронт промерзания от трубы, м		
	Coutts and Konrad	TEMP/W	«Termoground»
Ниже трубы	0,60	0,58	0,6
Справа от трубы	0,23	0,22	0,24

На рис. 26, б, в, г приведены конечные результаты промерзания грунта вокруг трубы

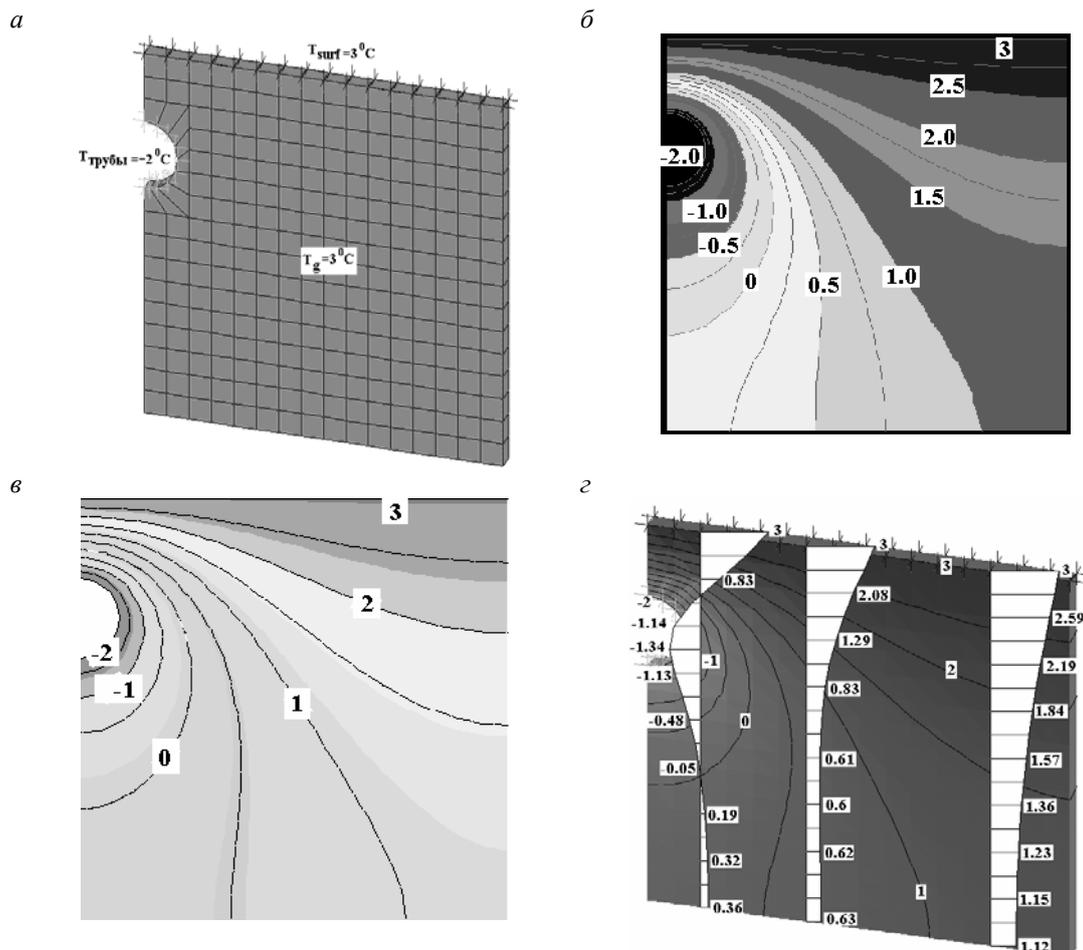


Рис. 26. Распределение температуры грунтов основания вокруг трубы после двух лет эксплуатации: а – расчетная схема; б – по теории Coutts and Konrad; в – по теории TEMP/W; г – по теории «Termoground»

(изолинии температур в основании) за два года по программам Coutts and Konrad, TEMP/W, «Termoground». Из рис. 26 видно, что все три конечноэлементных решения дают практически одинаковые результаты.

Результаты, полученные при использовании программы «Termoground», показывают широкий диапазон ее применения и хорошую сходимость с результатами аналитических и численных решений, выполненных различными исследователями ранее.

Список литературы

1. Ulitsky V. M., Paramonov V. N., Kudryavtsev S. A., Shashkin A. G., Shashkin K. G. April 28-30, 2002. Frost Heave Soil. 2nd Canadian Specialty Conference on Computer Applications in Geotechnique. Winnipeg, Canada. P.167-171.
2. Contemporary geotechnologies providing safe operation of railway embankments in permafrost conditions / V. M. Ulitsky, V. N. Paramonov, S. A. Kudryavtsev, K. G. Shashkin, M. B. Lisyuk // 8th International Conference on Permafrost. Extended Abstracts, Reporting Current Research and New Informational Zurich, Switzerland, 20–25 July, 2003. P. 167–168.
3. Numerical modelling of migrant moisture component in ground frost heave forecast / V. M. Ulitsky, V. N. Paramonov, I. I. Sakharov, S. A. Kudryavtsev, K. G. Shashkin // 9th International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics. University of Žilina, Slovak Republic. 9–12 th September 2003. P. 167–168.
4. Kudryavtsev S. A. State-of-the-art geotechnologies in reconstruction of foundations along the Trans-Siberian Railway. Reconstruction of historical cities and geotechnical engineering. Proceedings of the geotechnical conference dedicated to the tercentenary of Saint Petersburg. Volume 1. Saint Petersburg 17–19 September 2003. P. 335–339.
5. Кудрявцев С. А. Влияние миграционной влаги на процесс морозного пучения сезонно промерзающих грунтов // Реконструкция городов и геотехническое строительство. СПб. 2003–2004. С. 233–240.
6. Кроник Я. А., Демин И. И. Расчеты температурных полей и напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений методом конечных элементов: Учеб. пособие / МИСИ. М., 1981. 102 с.
7. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М: Высшая школа, 1967. 336 с.
8. Software TEMP/W. Version 5.01. GEO-SLOPE International Ltd. Calgary, Alberta, Canada. www.geo-slope.com, 1995–2003.
9. Weber N. Die partiellen Differential – Gleichungen der Mathematischen Physik, nach Riemann's Vorlesungen, Bd. II, 4 Auflage, Braunschweig, 1901, Wärmeleitung VI Abschnitt, 49 – Vordringen des Frostes, P. 118–122.
10. Nixon J. F. and McRoberts E. C. 1973. A Study of Some Factors Affecting the Thawing of Frozen Soils. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 10.
11. Lame G., Clapeyron B. Memoire sur la solidification par refroidissement d'un globe liquide. Annales de Chimie et de Physique, 1831, vol. 47, P. 250–256.
12. Carslaw H. S., Jaeger J. C. 1947. Conduction of Heat in Solids. Clarendon Press, Oxford.
13. Карслоу Х., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 537 с.
14. Stefan I. Über einige Probleme der Theorie der Wärmeleitung. – Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, 1889, Bd. 98, Abt. II, P. 473–484.
15. Hwang C. T., Murray D. M., Brooker E. W. 1972. A Thermal Analysis for Structures on Permafrost. Canadian Geotechnical Journal. Vol. 9, № 1.
16. Coutts R. J., Konrad J. M. 1994. Finite Element Modelling of Transient Non-Linear Heat Flow Using the Node State Method. Intl. Ground Freezing Conf. France. November.