

№3, 2000

Конечноэлементное решение задачи о вдавливании штампа

Парамонов В.Н.

Методы расчета осадок фундаментов в геомеханике основаны на использовании геометрических соотношений Коши для бесконечно малых деформаций, геометрическая нелинейность не нашла отражения в геотехнических расчетах. Между тем при выполнении ряда геотехнических работ, таких как разработка грунта, погружение свай, проходка микротоннелей и т.п. возникают большие деформации и смещения грунта в локальных областях, приводящие к общему изменению напряженно-деформированного состояния массива грунта.

В работе [1] приведен вывод конечно-элементных соотношений для решения геометрически нелинейных задач геомеханики, а также приведены результаты моделирования устройства свай по различным технологиям.

В настоящей статье приводятся результаты численного моделирования процесса вдавливания штампа в грунт с целью сравнительной оценки эффектов, происходящих в основании при решении задачи в традиционной геометрически линейной постановке и в соответствии с предложенным подходом к решению геометрически нелинейных задач геомеханики, а также оценка необходимости учета геометрической нелинейности при расчете осадок фундаментов в пределах давлений по подошве, допускаемых современной нормативной литературой. Такое решение применимо также для оценки проходимости большегрузной техники по грунту без твердого покрытия. Сравнение результатов решения задачи о вдавливании штампа в соответствии с соотношениями теории малых и больших деформаций выполним при различных соотношениях деформационных и прочностных характеристик.

Пусть круглый жесткий штамп с площадью подошвы 900 см^2 ($D=33,85 \text{ см}$) вдавливается с поверхности на 5 см . Характеристики грунта (песок): $g=18 \text{ кН/м}^3$, $E=2 \text{ МПа}$ и 20 МПа , $c=0$, $j=16, 5^\circ$ и 33° , $n=0,25$.

Предельное давление под круглым штампом по В. Г. Березанцеву не зависит от деформационных характеристик и определяется из выражения:

$$p_{u.c} = N_{\gamma c} \gamma \frac{D}{2} + N_{qc} \gamma' d + N_{cc} c$$

При $c=0$, $j=33^\circ$ - $N_{gc}=59$, $p_{u.c}=59 \times 18 \times 0,5 \times 0,3385=179,7 \text{ кПа}$. Тогда предельная нагрузка равна $N_{u.c}=179,7 \times 0,09=16,2 \text{ кН}=1,62 \text{ т}$.

При $c=0$, $j=16,5^\circ$ - $N_{gc}=4,5$, $p_{u.c}=4,5 \times 18 \times 0,5 \times 0,3385=13,7 \text{ кПа}$. Тогда предельная нагрузка равна $N_{u.c}=13,7 \times 0,09=1,23 \text{ кН}=0,123 \text{ т}$.

Численное решение задачи выполнялось в осесимметричной постановке. Грунт рассматривался как идеально упруго-пластическая среда Рейсса-Прандтля, работающая упруго в пределах поверхности, описываемой критерием Мизеса-Шлейхера-Боткина. Закон течения грунта при достижении предельной поверхности напряжений принят равнообъемным без учета эффектов дилатансии и упрочнения-разупрочнения.

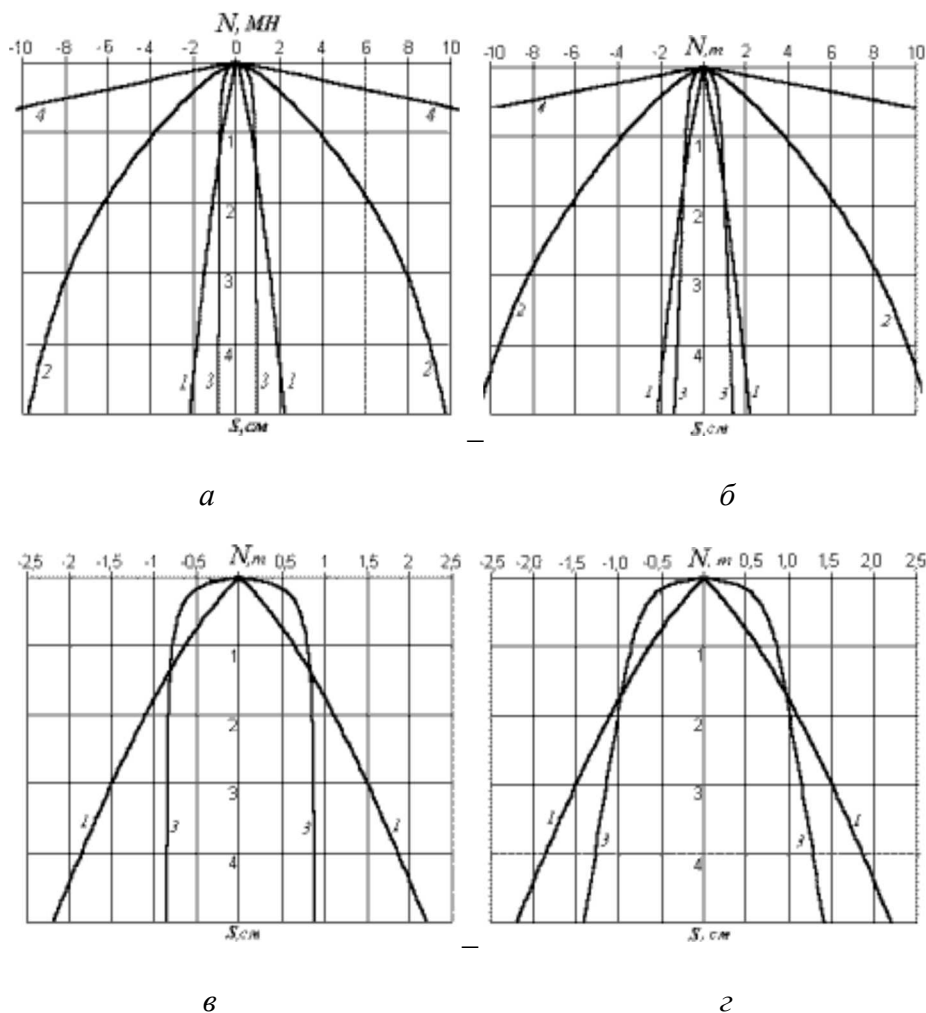


Рис. 1. Графики зависимости между реактивными вертикальными усилиями поверху и понизу расчетной области и величиной вертикального перемещения штампа:

а, в – расчет в геометрически линейной постановке; *б, г* – расчет в геометрически нелинейной постановке;

1 - $E=2$ МПа, $j=33^\circ$; *2* - $E=20$ МПа, $j=33^\circ$; *3* - $E=20$ МПа, $j=16,5^\circ$; *4* - упругое решение $E=20$ МПа

Радиус расчетной схемы принят равным 75 см, мощность слоя грунта – 195 см. Задача решалась в два этапа. На первом этапе моделировалось исходное напряженное состояние грунта с шаровым тензором напряжений приложением к узлам конечноэлементной схемы объемных сил от собственного веса грунта. На втором этапе верхним узлам сетки в пределах радиуса штампа шагами по 0,2 мм задавались вертикальные перемещения до достижения осадки штампа 5 см.

В процессе решения задачи для оценки равновесия системы вычислялись вертикальные реактивные усилия по верхней и нижней поверхности расчетной схемы. На рис.1 приведены графики зависимости между реактивными вертикальными усилиями поверху и понизу расчетной области и величиной вертикального перемещения штампа при выполнении расчетов с различными характеристиками грунта. На графиках реактивное усилие приведено только от перемещений штампа без учета усилий от веса грунта. Разница между абсолютными значениями усилий понизу и поверху расчетной схемы практически незначительна, что позволяет сделать вывод об удовлетворении требованиям равновесия и, соответственно, о достоверности результатов численного эксперимента.

Сравнивая результаты расчета с различными характеристиками грунта можно отметить, что характер развития областей предельного состояния, т. е. областей, в которых напряжения в элементах грунта достигают предельного сопротивления сдвигу, зависит не только от

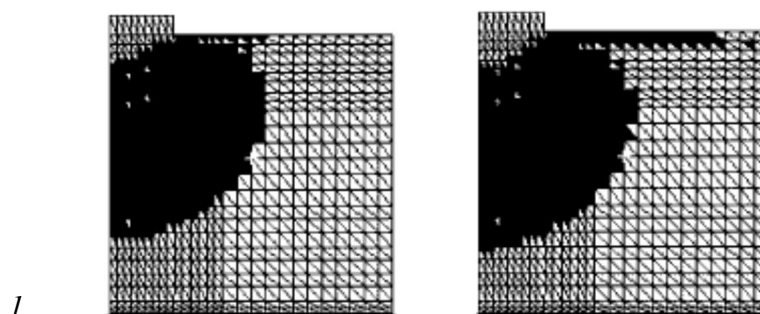
прочностных, но и от деформационных свойств грунта. Сравнивая результаты расчета для грунта с одинаковыми прочностными, но различными деформационными характеристиками (см. рис. 2, схемы в рядах 1,2), заметим, что в случае расчета основания с низкой сжимаемостью при рассматриваемой осадке зоны предельного состояния образуют непрерывную поверхность скольжения, выходящую на поверхность, в то время как при высокой сжимаемости поверхности скольжения еще не появляются. Очевидно, что в случае одинаковой сжимаемости, но различных прочностных свойствах при одних и тех же перемещениях штампа объем областей пластических деформаций грунта тем выше, чем ниже сопротивление грунта сдвигу (см. рис. 2, схемы в рядах 2,3).

Таким образом, в рамках теории бесконечно малых деформаций предельная нагрузка будет определяться не только сопротивлением грунта сдвигу, но и его сжимаемостью. На графиках зависимости вертикальных усилий от перемещений штампа для рассматриваемой расчетной схемы провальная осадка штампа явно получена только при механических характеристиках грунта $E=20$ МПа, $j=16,5^\circ$. При этом предельная нагрузка составила 0,82 т, т. е. в 7 раз выше, чем рассчитанная по формуле В. Г. Березанцева ($N_{u.c}=0,123$ т), хотя при нагрузке $N_{u.c}$ уже отмечается существенное отклонение работы грунта от линейной стадии. Усилию 0,123 т в упругом решении соответствует перемещение штампа 0,008 см, а в упругопластическом - 0,03 см, т. е. почти в 4 раза выше, чем в упругом решении.

Эффект влияния деформационных характеристик грунта на величину предельной нагрузки можно объяснить следующим образом. Соотношение В.Г.Березанцева получено для однородного полупространства и справедливо в случае одинаковых деформационных свойствах среды в любой точке полупространства.

При решении упругопластических задач переход грунта в предельное состояние происходит прежде всего в области приложения локальной нагрузки. При этом переход грунта в предельное состояние соответствует снижению текущих деформационных параметров. Следовательно, упругопластическое решение будет соответствовать упругому решению с увеличивающимися по мере удаления от места приложения нагрузки деформационными характеристиками среды.

Таким образом, в отличие от задачи о нагружении штампа на однородном линейно деформируемом основании, решение упругопластической задачи приведет к локализации перемещений грунта в верхней части основания (рис. 3) и снижению перемещений в нижней части, что близко к условиям работы слоя конечной толщины, поведение которого под нагрузкой выгоднее отличается от работы полупространства. Сравнивая эпюры вертикальных перемещений грунта по глубине при расчете с различными деформационными характеристиками (рис. 3а,б), заметим, что при возрастании сжимаемости грунта происходит увеличение мощности толщи, вовлекаемой в процесс деформирования.



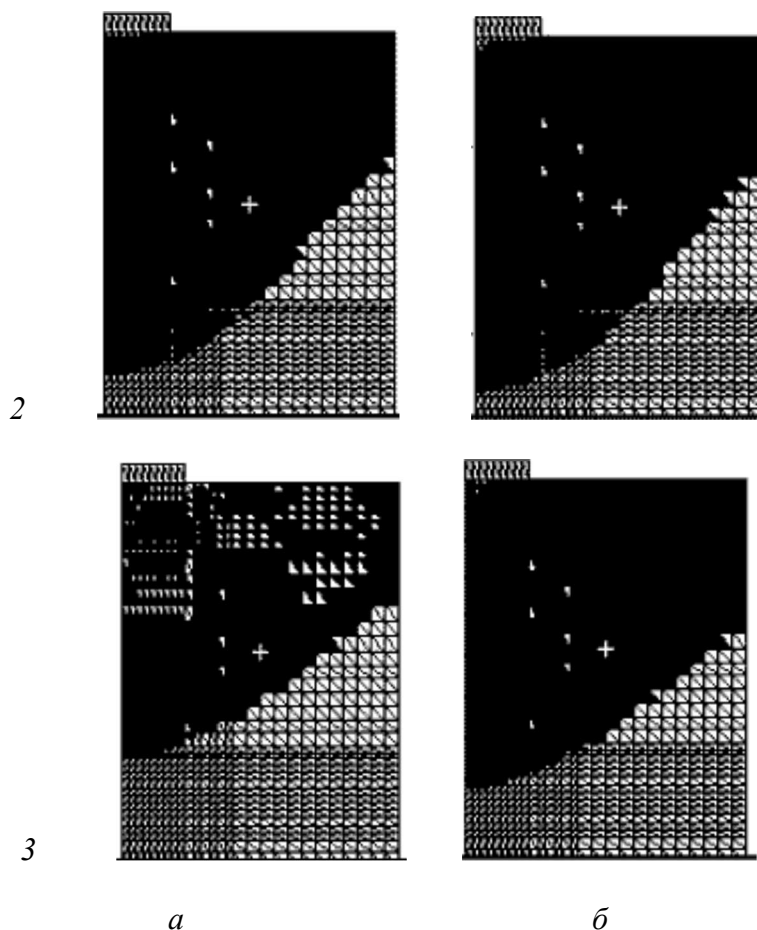


Рис. 2. Области предельного состояния грунта по штампом:

а - расчет в геометрически линейной постановке; *б* - расчет в геометрически нелинейной постановке;

1 - $E=2$ МПа, $j=33^\circ$; 2 - $E=20$ МПа, $j=33^\circ$; 3 - $E=20$ МПа, $j=16,5^\circ$

Интерес представляет сравнение эпюр перемещений поверхности грунта (рис. 4). Расчет основания как линейно деформируемого полупространства показывает, что при осадке штампа 5 см за пределами площади нагружения вертикальные перемещения поверхности направлены только вниз, т. е. образуется только воронка оседания (рис. 4,2). На расстоянии $2,25D$ от центра штампа расчетная осадка поверхности составляет 1,22 см, т.е. в 4,1 раза меньше осадки штампа.

Учет пластических деформаций приводит к снижению размеров воронки оседания, причем размеры воронки оседания при одной и той же осадке штампа тем выше, чем выше сжимаемость грунта и прочностные свойства, при низкой прочности грунта происходит его выпор из-под фундамента.

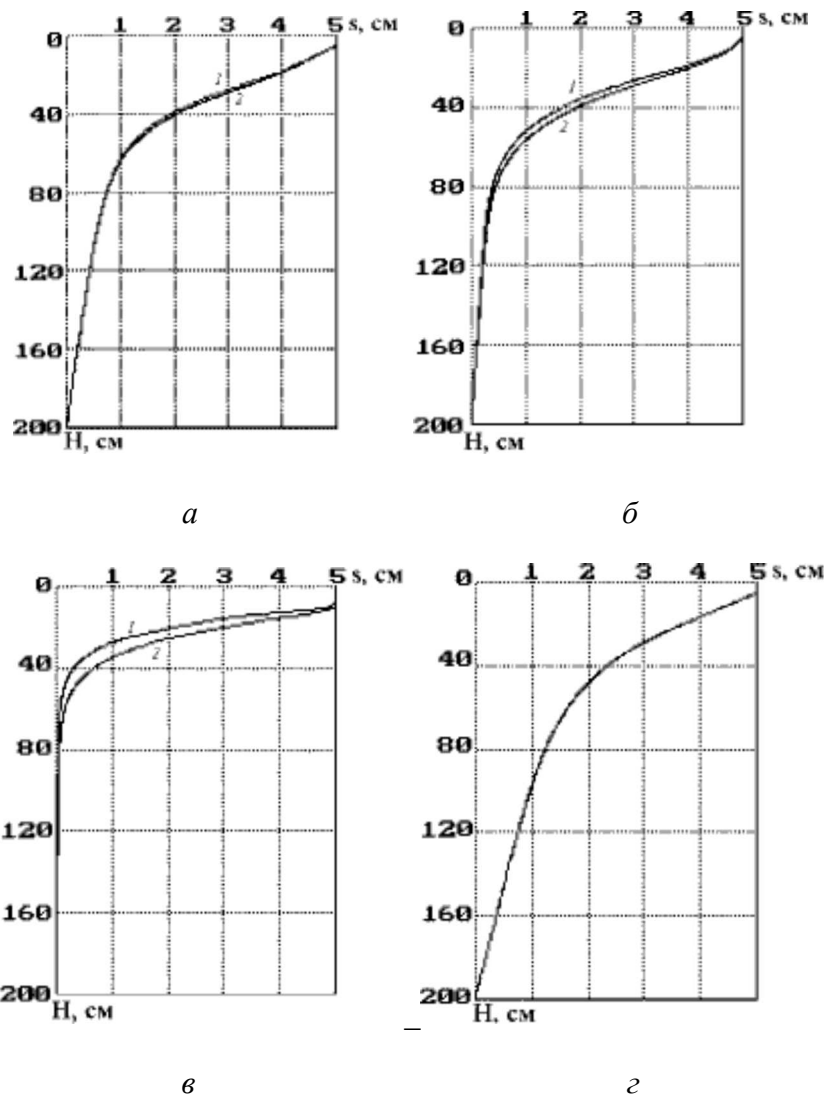


Рис. 3. Эпюры вертикальных перемещений грунта по глубине:

1 - расчет в геометрически линейной постановке; 2 - расчет в геометрически нелинейной постановке;

a - $E=2$ МПа, $j=33^\circ$; *б* - $E=20$ МПа, $j=33^\circ$; *в* - $E=20$ МПа, $j=16,5^\circ$; *г* - упругое решение ($E=20$ МПа)

Как показывают расчеты, учет геометрической нелинейности при нагрузках, находящихся в рамках предельной нагрузки, определяемой методами СНиП, не дает никаких существенных эффектов, т. е. результаты расчетов с учетом и без учета геометрической нелинейности практически одинаковы (рис. 1-5). Геометрическая нелинейность работы грунта проявляется только в незначительных областях под краями штампа и практически не влияет на интегральную зависимость между перемещениями и усилиями. Таким образом, для расчета осадок фундаментов в пределах допускаемых нагрузок на основание не имеет смысла развивать теории, учитывающие геометрическую нелинейность работы грунта.

Разность решений по геометрически линейным и нелинейным соотношениям проявляется при обширном развитии областей предельного состояния, причем эта разница при одной и той же величине осадки тем выше, чем меньше сжимаемость и прочностные свойства грунта. При учете в расчетах геометрической нелинейности в деформационный процесс вовлекается большая толща грунта по глубине (см. рис. 2, 3), что отражает эффект погружения штампа в грунт. При любом уровне нагрузки исключается провальная осадка, т. е. в процессе погружения штампа в грунт при любой величине вдавливания устанавливается равновесное состояние основания, которому однозначно соответствует определенная вертикальная нагрузка.

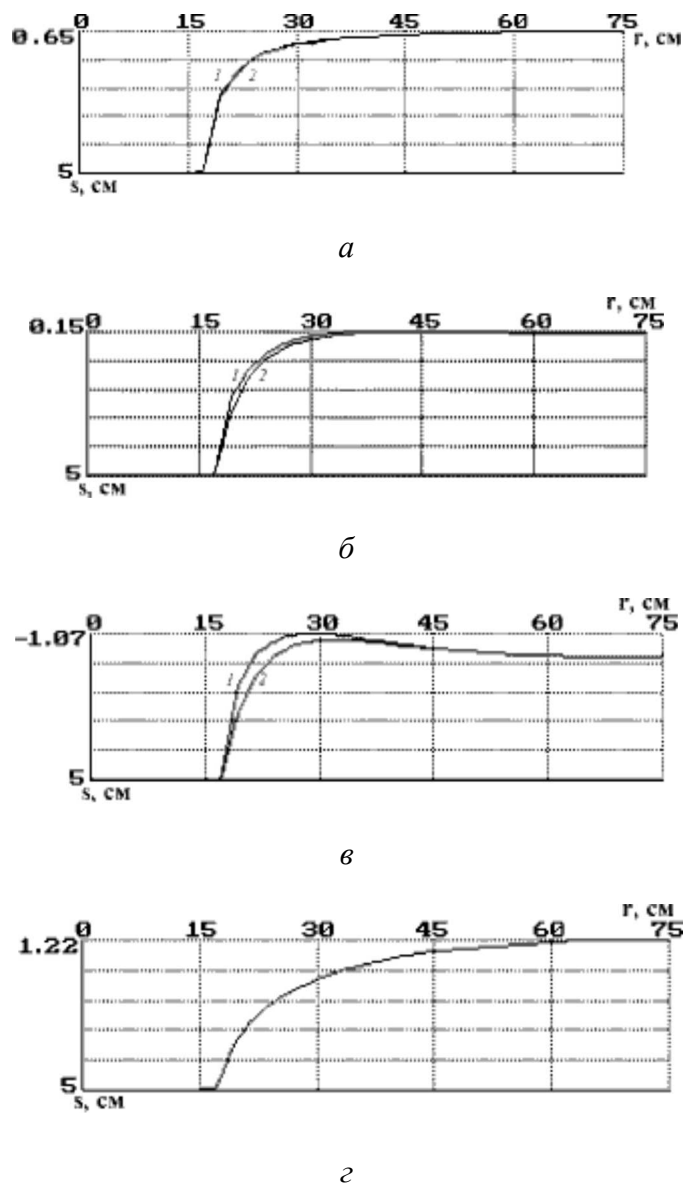


Рис. 4. Эпюры вертикальных перемещений поверхности грунта:

1 - расчет в геометрически линейной постановке; 2 - расчет в геометрически нелинейной постановке;

а - $E=2$ МПа, $j=33^\circ$; б - $E=20$ МПа, $j=33^\circ$; в - $E=20$ МПа, $j=16,5^\circ$; г - упругое решение ($E=20$ МПа)

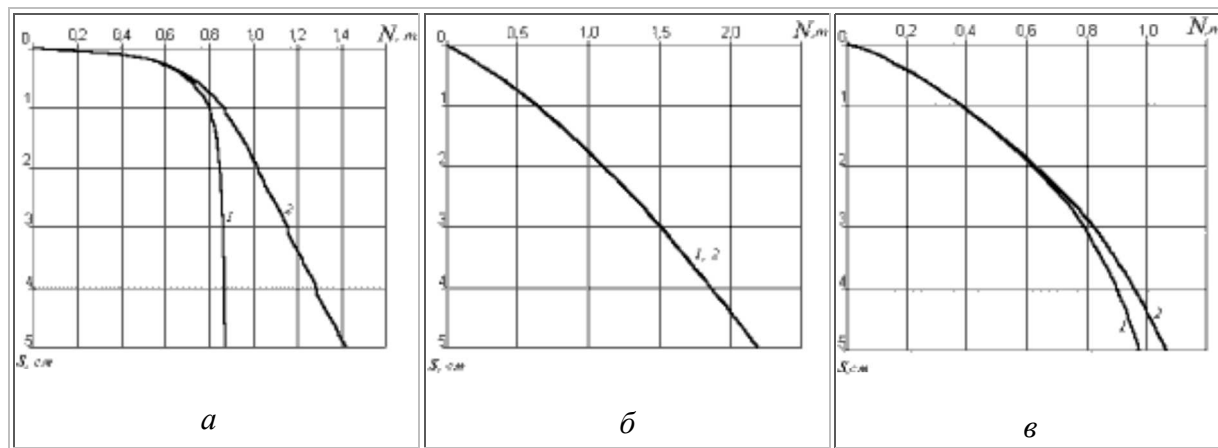


Рис. 5. Графики зависимости между реактивными вертикальными усилиями и величиной

вертикального перемещения штампа:

1 – расчет в геометрически линейной постановке; 2 – расчет в геометрически нелинейной постановке;

a - $E=20$ МПа, $j=16,5^\circ$; *b* - $E=2$ МПа, $j=33^\circ$; *в* - $E=20$ МПа, $j=33^\circ$

Можно нагляднее продемонстрировать эффекты учета геометрической нелинейности при вдавливании штампа на большую глубину. Пусть штамп диаметром 33,85 см вдавливается на глубину 40 см в грунт, имеющий механические характеристики $E=200$ кг/см², $c=0$, $j=16,5^\circ$. Результаты решения задачи с использованием геометрически линейных и геометрически нелинейных соотношений приведены на рис. 6-9. Сравнение графиков зависимости перемещения штампа от вертикального усилия (рис. 6) показывает, что после достижения нагрузки на штамп 0,81 т по традиционному методу расчета в геометрически линейной постановке происходит провальная осадка штампа с постоянной нагрузкой, в то время как расчет с учетом геометрической нелинейности позволяет описывать устойчивое состояние основания при любом уровне нагрузки.

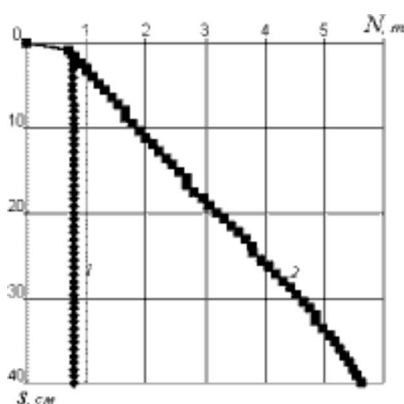


Рис. 6. Графики зависимости между реактивным вертикальным усилием и величиной вдавливания штампа в песчаный грунт:

1 – расчет в геометрически линейной постановке; 2 – расчет в геометрически нелинейной постановке

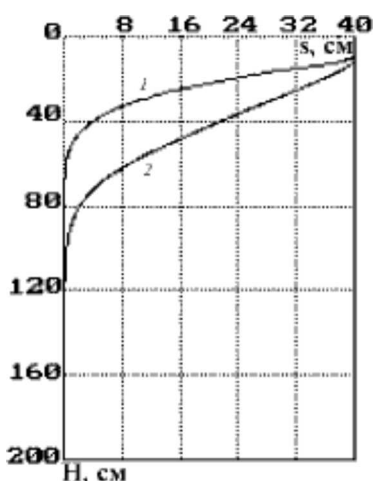


Рис. 7. Эпюры вертикальных перемещений грунта по глубине при вдавливании штампа:

1 - расчет в геометрически линейной постановке; 2 - расчет в геометрически нелинейной постановке

В процессе вдавливания штампа, согласно расчету по геометрически линейным соотношениям, деформации грунта локализируются на глубине до 40 см и при дальнейшем вдавливании штампа

глубина сжимаемой толщи не изменяется (рис. 7, график 1). Учет геометрически нелинейных эффектов позволяет описывать процесс движения штампа в среде и, следовательно, изменение мощности толщи, испытывающей деформации (рис. 7, график 2). При погружении штампа на 40 см расчетная мощность сжимаемой толщи ниже текущего уровня подошвы штампа составила около 40 см, а суммарная мощность толщи ниже отметки дневной поверхности - 80 см, т. е. в 2 раза выше, чем по расчету с использованием геометрически линейных соотношений.

На рис. 8,а,б приведены траектории движения узлов конечноэлементной сетки, имитирующие движение частиц грунта по мере вдавливания штампа, а на рис. 8,в - траектории движения частиц по опытам проф. В. И. Курдюмова [2]. Движение частиц грунта в процессе вдавливания штампа, согласно расчету по геометрически линейным соотношениям, происходит в небольшой области под штампом (рис. 8,а), причем при нагрузках, превышающих предельную нагрузку на основание, эта область остается неизменной независимо от глубины вдавливания штампа. Расчет по геометрически нелинейным соотношениям позволил установить, что при небольших нагрузках движение грунта направлено преимущественно вниз, а по мере погружения штампа зона движения частиц захватывает все большую область как по глубине, так и в стороны от штампа (рис. 8,б). Направление движения частиц выше текущего положения подошвы штампа может быть направлено вверх, а у поверхности и в сторону штампа.

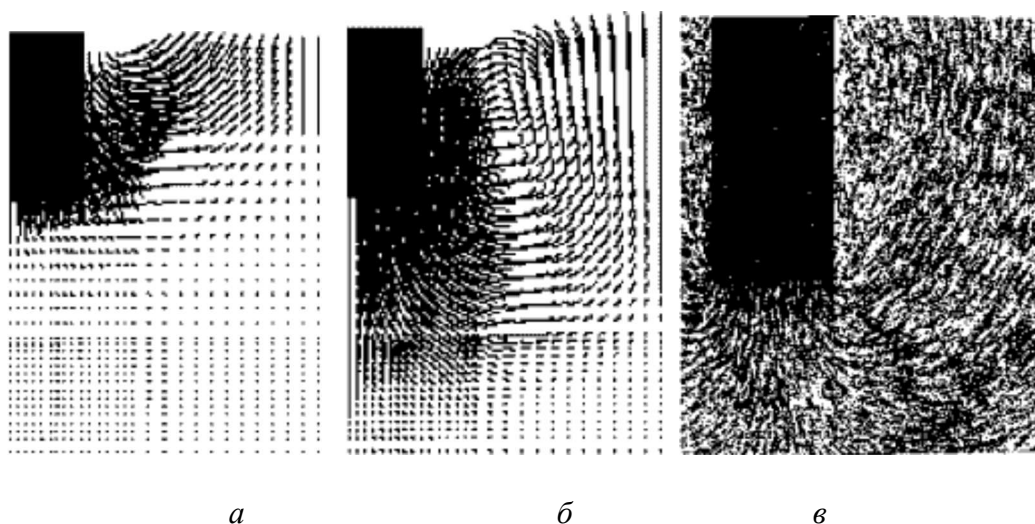


Рис. 8 . Траектории движения частиц грунта при вдавливании штампа (фрагмент):

а - расчет в геометрически линейной постановке; *б* - расчет в геометрически нелинейной постановке; *в* - опыт проф. В. И. Курдюмова

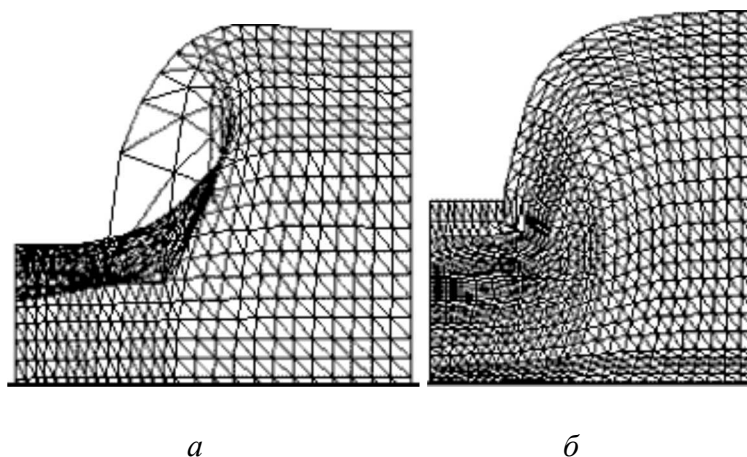


Рис. 9. Искажение конечноэлементной сетки при вдавливании штампа в грунт (фрагмент):

а - расчет в геометрически линейной постановке; *б* - расчет в геометрически нелинейной

постановке

Расчет с использованием геометрически линейных соотношений для условий больших деформаций и смещений грунта приводит к появлению относительных деформаций сжатия, превышающих единицу, вызывающее “выворачивание наизнанку” сетки конечных элементов под штампов, что исключено в случае использования геометрически нелинейных соотношений (рис. 9).

Рассмотрим особенности работы глинистого грунта при быстром вдавливании штампа. В этом случае грунт не успевает уплотниться, поэтому сопротивление сдвигу практически не увеличивается и угол внутреннего трения будет близок к нулю. Рассмотрим решение задачи при характеристиках грунта $E=40$ МПа, $g=18$ кН/м³, $c=15$ кПа, $j=0^\circ$. Результаты численного решения приведены на рис. 10. Предельное давление на основание по А. Ю. Ишлинскому равно:

$$P_{u,c} = 5,7c + \gamma'd = 5,7 \cdot 15 = 85,5 \text{ кПа}$$

а предельная нагрузка $N_{u,c}=85,5 \times 0,09=7,7$ кН=0,77 т.

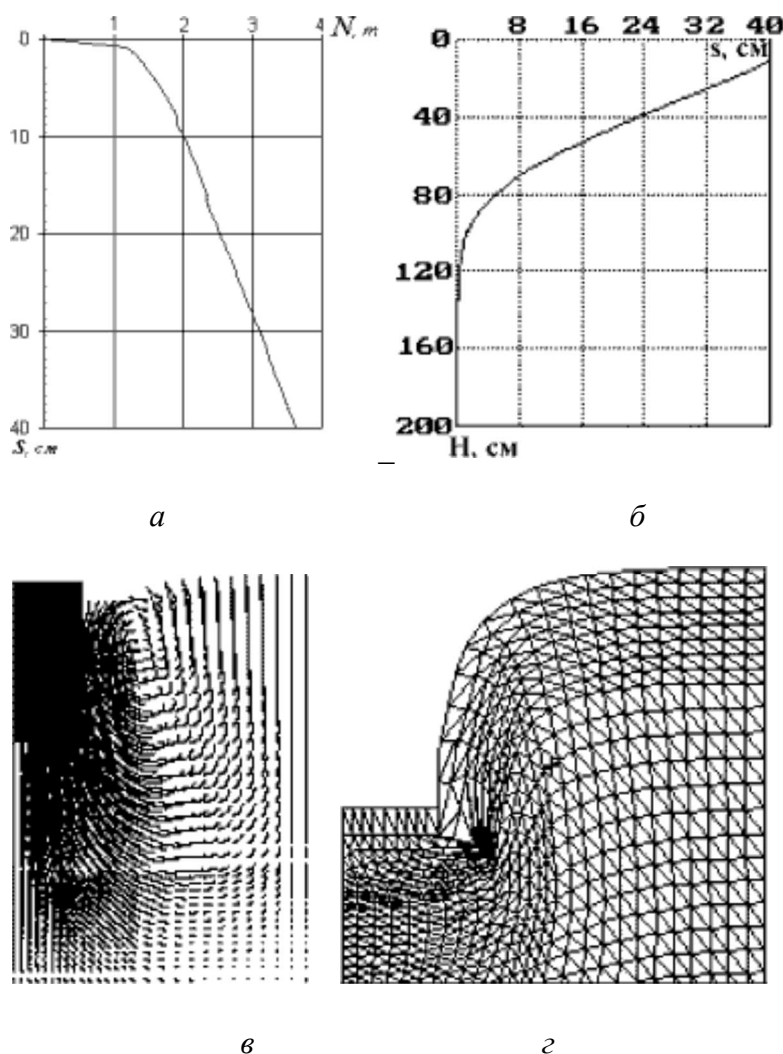


Рис. 10. Результаты решения задачи о вдавливании штампа в глинистый грунт:

a - график зависимости между реактивным вертикальным усилием и величиной вдавливания штампа; *б* - эпюра вертикальных перемещений грунта по глубине; *в* - траектории движения частиц грунта (фрагмент); *з* - искажение конечноэлементной сетки (фрагмент)

По расчету МКЭ предельная нагрузка составила около 1,2 т (рис. 10,б). Таким образом, для глинистого грунта разница между предельной нагрузкой, рассчитанной аналитическим методом и

полученной численным расчетом, оказывается меньше, чем для песчаного грунта, что может быть связано с вовлечением в деформационный процесс большей толщи грунта (рис. 10,в) и, следовательно, более плавным изменением секущих деформационных параметров грунта.

Анализируя результаты решения задачи, можно отметить, что при одних и тех же характеристиках сжимаемости и нагрузках превышающих предельные, вдавливание штампа в глинистый грунт сопровождается меньшим приращением усилия вдавливания по сравнению с вариантом вдавливания в песчаный слой. Для песчаного грунта приращение усилия на 1 см вдавливания составило 0,12 т/см, а для глинистого - 0,053 т/см.

Анализ траекторий движения частиц грунта (рис. 10,в) и искажения сетки конечных элементов (рис. 10,з) показывает, что процесс вдавливания штампа в глинистый грунт вовлекает в работу в меньшей степени окружающий массив и в большей степени - грунт под штампом, чем при вдавливании в песчаный грунт. Таким образом, деформации глинистого грунта в большей степени оказываются локализованными непосредственно вдоль штампа, и, в частности, влияние на окружающую застройку вдавливания свай в глинистый грунт будет меньшим, чем в песчаный.

Необходимо отметить следующее. При выполнении расчетов отношение радиуса площади нагружения к радиусу расчетной области составляло около 4,45. Таким образом, при больших смещениях грунта на результаты решения оказывают влияние граничные условия задачи. Очевидно, что размеры области выпора будут превышать размеры расчетной схемы.

Для оценки размеров областей выпора размеры расчетной области должны превышать размеры областей предельного состояния. С этой целью рассмотрим процесс быстрого вдавливания в глинистый грунт круглого штампа радиусом 0,5 м и глубиной заложения 0,5 м. Радиус расчетной области принят равным 10 м (рис. 11,а). Задача решалась в усилиях, т. е. к штампу шагами прикладывалась нагрузка. В области штампа сетка конечных элементов сгущалась до линейных размеров 3 см. Характеристики грунта приняты следующими: $E=40$ МПа, $g=18$ кН/м³, $c=15$ кПа, $j=0^\circ$. Результаты решения приведены на рис. 11. При больших размерах расчетной области явно получен выпор грунта из-под фундамента.

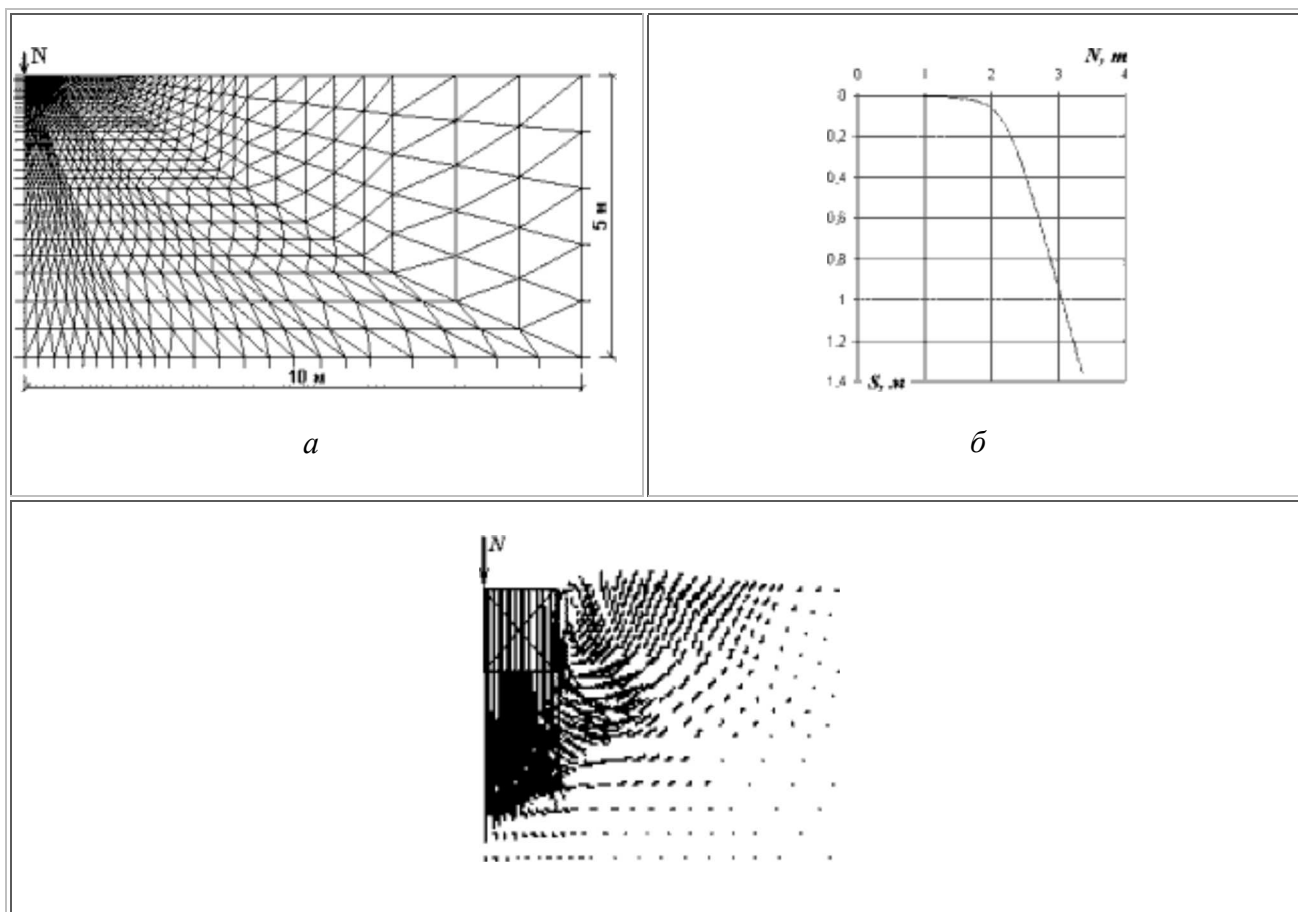


Рис. 11. Вдавливание в глинистый грунт штампа диаметром 1 м:

a - расчетная схема к задаче о вдавливании штампа; *б* - график зависимости осадки вдавливания штампа от вертикального усилия; *а* - траектории движения частиц грунта при вдавливании штампа (фрагмент)

В рассматриваемом случае также установлено, что при небольших нагрузках движение частиц грунта направлено вниз и в стороны, при этом осадка штампа сопровождается образованием воронки оседания. При дальнейшем нагружении осадка сопровождается выдавливанием грунта в стороны и вверх и вместо воронки оседания образуется область выпора грунта. Выпор грунта начинается в непосредственной близости от фундамента, а радиус зоны выпора составляет 4 м.

Основные выводы

1. При расчете осадок фундаментов в пределах нагрузок, не превышающих предельной нагрузки на основание, не имеется необходимости в учете геометрической нелинейности работы грунта, поскольку эта нелинейность проявляется в незначительных областях под краями фундамента и практически не влияет на интегральную зависимость между перемещениями фундамента и нагрузкой на него.

2. Разница решений задачи о вдавливании штампа, выполненных по геометрически линейным и геометрически нелинейным соотношениям, проявляется при обширном развитии областей предельного состояния грунта. В этом случае разница решений тем выше, чем меньше сжимаемость и прочностные свойства грунта.

Литература

1. Парамонов В.Н. Математическое моделирование устройства свайных фундаментов в условиях плотной городской застройки. Основания, фундаменты и механика грунтов, №4-5, М., 1998. с.13-18.
2. Васильев Б. Д. Основания и фундаменты. ОНТИ. Главная редакция строительной литературы. Л.-М., 1937. - 596 с.