N3, 2000

Расчет надежности по осадке упругопластического основания методом статистических испытаний.

Бугров А.К., Шилин В.Г.

Совершенствование методов геотехнических расчетов требует, в частности, учета стохастической изменчивости свойств и структуры грунтовых массивов, а также изменчивости других случайных факторов. Необходимым этапом развития статистического подхода должна стать разработка в рамках существующих детерминированных схем расчета методики оценки надежности грунтовых массивов с учетом изменчивости свойств грунта и неопределенности исходных данных. В таких схемах предполагается, что выделенная разновидность грунта имеет одинаковые значения физико-механических характеристик во всех точках “активной зоны”. Но так как любой массив грунта стохастически пространственно изменяется, то расчет должен вестись с использованием математических ожиданий этих показателей. Ввиду ограниченности доступного объема информации о свойствах грунта практически невозможно достоверно определить набор известных математических ожиданий характеристик. Приходится пользоваться их оценками, которые асимптотически сходятся к соответствующим истинным значениям, но фактически являются случайными величинами и имеют распределения, зависящие от степени стохастической неоднородности грунтового массива.

Нужно отметить, что использование оценок математических ожиданий характеристик в детерминированных методах методически оправдано, так как эти оценки имеют одинаковые независимые распределения в любых точках области массива, по которой производилось осреднение частных значений, полученных на основе изысканий. “Случайность” и “надежность” возникают здесь от того, что при конечном числе испытаний оценки математических ожиданий характеристик (выборочное среднее значение) будут заведомо случайным образом отличаться от их истинных значений. Именно недостаточная определенность последних и заставляет на практике вводить расчетные, отличающиеся от нормативных, значения характеристик. Однако их назначения оказываются не связанными с уровнем надежности и расчетной схемы сооружения. Использование же в детерминированных расчетах модели основания, в которой сама характеристика считается случайной величиной, имеющей независимое распределение в различных точках массива, чревато искажением реальной структуры неоднородности, так как на самом деле эта характеристика является случайной функций координат [1].

Оценка неизвестного истинного математического ожидания какой-либо характеристики приближенно имеет нормальное распределение при достаточно большом числе определений. При малом же числе испытаний и реальной изменчивости грунтов предложение о нормальном распределении таких оценок может оказаться неправомочным. В рассматриваемой задаче компонентами случайного вектора x, характеризующего свойства области массива, являются оценки математических ожиданий физико-механических характеристик: угла внутреннего трения j , сцепления с, удельного веса g , модуля деформации E и др. Распределение вектора x аппроксимируется разложением в ряд Эджворта с учетом моментов до третьего порядка. Информацию об изменчивости свойств грунта дают наборы частных совокупностей, определяемые при изысканиях и при составлении рабочей документации. Число их равно, как правило, числу определений, например, кратно числу монолитов, отобранных для испытаний.

Надежность Н системы “основание – сооружение” определяется [2] как вероятность Р ненаступления ни одного из возможных предельных состояний (S £ S_u , N £ N_u , и т.д.) в течение заданного срока эксплуатации; например, надежность по осадке (по деформациям) $H_s = P\ (S < S_u$).

В работе [2] разработанный для линейно - деформируемого (упругого) основания расчет надежности H_s базируется на методе линеаризации и разложения функции распределения случайной величины в ряд Грамма – Шарлье. Однако при учете нелинейной (упругопластической) деформации оснований, когда число варьируемых параметров существенно возрастает, расчет методом линеаризации значительно усложняется. Более эффективным в этих случаях является определение надежности с использованием метода статистических испытаний (метод Монте-Карло). Одним из свойств этого метода является моделирование случайных переменных разными видами функции распределения случайной величины [3].

Определение надежности предлагаемым методом осуществляется по следующему алгоритму: 1. Каждую характеристику грунта, считающуюся случайной величиной, моделируем приближенным распределением нормального закона в виде

$x = M_x (1 + V_{x\ x\ x})$,

где M_x - математическое ожидание характеристики (детерминированное или нормативное);

V_x - коэффициент вариации случайной характеристики x (V_x £ 1/3) ;

$x_{\ x}$ - случайное число, распределенное по нормальному закону, моделируется методом Монте-Карло:

x » $\mathbf{x^{(12)} = -6 +} \sum_{i=1}^{12} \gamma_i$; (1)

где g $_i$ – случайное число, функция Rnd().

2. Известными (нормативными) методами вычисляем расчетные величины (S_i , N_i и т. д.) через случайные величины x. При учете упругопластического деформирования грунтов применяются методы нелинейной механики грунтов.

3. Принимаем предельные значения S_u по нормативным документам или вычисляем по формулам (Nu_i) через случайные величины (j $_i$, c_i , g_i).

4. Проверяем выполнение условия достоверности значений переменных, то есть выявляем грубые отскоки значений x_i .Это происходит из-за того, что нормальное распределение имеет значения > *3s* (< *3s*). Пусть таких значений m.

5. Проверяем выполнение условия не наступления предельного состояния $S_i < S_u$, $N_i < Nu_i$

Если это неравенство выполняется k раз из n возможных, то надежность вычисляется по классической формуле вероятности - отношение количества благоприятных исходов к общему числу исходов

$$H = \frac{k}{n-m}$$

Для определения надежности порядка 0,99 минимальное количество вычислений, то есть значение n, равно 100; для 0,999 – n = 1000; для 0,9999 –n=10000.

Рассчитывая надежность изложенным способом, параллельно можно получить, например, при необходимости, информацию о всех вариационных характеристиках расчетного сопротивления грунта R и предельной нагрузки на грунт N_u. Обратный расчет - по степени надежности H вычислить какие-либо характеристики грунта - затруднителен. Но его можно выполнить, если построить таблицу распределения H от параметров случайного вектора X, варьируя изменением одного или нескольких его компонентов.

Расчет надежности линейно-деформируемого основания достаточно прост даже с помощью метода линеаризации, см. [2]. Однако особый интерес вызывает расчет по деформациям, когда уже не выполняется линейный закон деформирования основания, например, при расчете осадки согласно зависимости, принятой в [4] в виде:

$$S_p = S_R\left[1+\frac{(p_u-R)(p-R)}{(R-\sigma_{zq0})(p_u-p)}\right], \quad (2)$$

где S_R – осадка основания при давлении p = R (или p = 1,2R),

p_u – предельное сопротивление грунта основания, определяемое как отношение силы предельного сопротивления основания к площади подошвы фундамента, то есть $p_u = N_u / bl$,

s $_{zq0}$ – вертикальное напряжение от собственного веса грунта на уровне подошвы фундамента.

В данном случае случайный вектор $x(S_p)$ может зависеть не только от физико-механических характеристик, но и от размеров фундамента: длины $l_н$, ширины b, а также от глубины заложения фундамента d; то есть

$$\vec{x} = \{j_i, c_i, g_i, E_i, l_i, b_i, d_i\}$$

Если принять во внимание все вариационные параметры, тогда методом линеаризации будет достаточно сложно рассчитать все статистические характеристики. Метод же, описанный выше, позволяет такие расчеты выполнить, он менее трудоемок, но более машиноемок.

Каждая характеристика моделируется с помощью случайных чисел. Так как вариационными являются $j_i, c_i, g_i, E_i, l_i, b_i, d_i$, то значения расчетного сопротивления R_i, силы предельного сопротивления $N_{u\,i}$, осадки S_R и осадки S_p естественно будут также вариационными.

Предложенный метод решения задачи может осуществляется в приложении MS office– MS Excel. Остановимся на некоторых результатах его применения.

Пример 1: При исходных данных, приведенных в таблице 1 для m , b, p, E определим стохастические характеристики для осадки линейно-деформируемого основания, используя для сравнения метод линеаризации [2] и метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). При определении математического ожидания осадки применяем формулу Шлейхера

$$S = M_S = \frac{Pb\omega}{E}(1-\mu^2), \quad (3)$$

По методу линеаризации дисперсия Ds определяется зависимостью

$$D_s = A_m{}^2 D_m + A_b{}^2 D_b + A_p{}^2 D_p + A_E{}^2 D_E,$$

где A^{-1}; $A_b = \frac{\omega(1-\mu^2)P}{E}$; $A_p = \frac{\omega(1-\mu^2)b}{E}$; $A_E = \frac{\omega(1-\mu^2)bP}{E^2}$.

Моменты 3-го и 4-го порядков по методу [2] не учитываются. Результаты расчетов приведены в таблице 1 в столбце S1.

В столбце S2 приводим результаты расчетов на ПК, полученных с помощью моделирования случайного процесса. Моделирование выполнялось по формуле (1) с 12 слагаемыми, при этом количество анализируемых значений в расчете принималось равным 3000.

Таблица 1

	b, м	P, кПа	E, кПа	m	S1, м	S2, м
Математическое ожидание	10	100	15000	0,4	0,056	0,0567
Коэффициент вариации	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1773	0,17857
Стандарт	1	10	1500	0,04	0,0099	0,01017
Дисперсия	1	100	2250000	0,0016	0,000099	0,00017

Как видно из таблицы 1, результаты по методам линеаризации и предлагаемому методу для линейно-деформируемого основания хорошо согласуется, что говорит о высокой точности метода статистических испытаний и больших его возможностях.

Пример 2: Исходные данные: b = 2м, l = 2м, d = 1,5 м, $g_I = g_{II}$ = 15,5 кН/м^3, $j_I = 14^o$, $j_{II} = 15{,}4^o$, c_I = 25 кПа, c_{II} = 37,5 кПа, E = 7500 кПа, m =0,4 , S_u = 8 см. Коэффициент вариаций для j и c принят 0,1 , вариации других величин не учитываются. Определим величину осадки (математическое ожидание) фундамента b = 2м и ее статистические характеристики при p = 285 кПа.

При принятых математических ожиданиях j_{II} , c_{II} расчетное сопротивление R = 248,8 кПа, осадка S_R по формуле (3) при p = R составит S_R = 5,57 см. Поскольку p > R, для определения осадки S следует использовать зависимость (2).

Определяем $N_u = 2298$ *кН*, откуда $p_u = N_u / bl = 574{,}6$ кПа, при этом p_u/p=2,02 и обеспечена устойчивость по СНиП.

По формуле (2) получаем

$$S = M_s = 5{,}57\left[1 + \frac{(574{,}6 - 248{,}8)(285 - 248{,}8)}{(248{,}8 - 15{,}5 \cdot 1{,}5)(574{,}6 - 285)}\right] = 6{,}6\text{см},$$

что меньше, чем Su , то есть также выполнено требование СНиП.

В условиях использования формулы (2) для определения M_s = S расчет статистических характеристик и оценки надежности методом линеаризации [2] значительно усложняется и даже при учете изменчивости только j и c практически становится невозможным. Метод статистических испытаний позволяет расчеты осуществить. Для результатов данного примера было получено: M_s = 6,6 см, D_s = 0,1, s_s = 0,32, V_s = 0,048, а надежность выполнения условия по осадке $S < S_u$ составляет $H_s = P(S_u - S > 0)$. = 0,995. Таким образом, предложенный метод оценки надежности по осадке позволяет делать эти оценки в условиях как линейно, так и нелинейно деформируемых (упругопластических) оснований.

В следующей серии примеров использованы те же исходные данные, что и в примере 2, по изменениям вариационные характеристики физико-механических свойств с коэффициентами вариаций 0,1. Результаты сведены в таблицу 2.

Таблица 2

	M_S	D_S	s_S	V_S	H
j , c – var	6,6	0,1	0,32	0,048	0,995
j , c, E – var	6,6	0,59	0,77	0,114	0,936
j , c, E, g – var	6,6	0,61	0,78	0,116	0,925
E, g – var	6,6	0,47	0,68	0,1	0,96
E – var	6,6	0,49	0,7	0,1	0,97
g – var	6,6	0,004	0,06	0,01	1
c, g – var	6,6	0,05	0,22	0,03	0,999
c – var	6,6	0,04	0,2	0,03	1
j – var	6,6	0,035	0,19	0,03	1

Литература:

1. В. И. Шейнин, Ю. В. Лесовой. (НИИОСП). Определение надежности подпорных стен по несущей способности основания. Сборник научных трудов НИИОСП под редакцией В. А. Ильичева. Ускорение научно - технического прогресса в фундаментостроении, том 2: “Методы проектирования эффектных конструкций оснований и фундаментов”, Москва, Стройиздат, 1987 г., стр. 108-109.

2. Ермолаев Н. Н., Михеев В. В. Надежность оснований сооружений. Ленинград, Стройиздат, 1976 г.

3. Соболь И. М. Численные методы Монте-Карло. Москва, издательство “Наука”, 1973 г.

4. Пособие по проектированию оснований зданий и сооружений (к СНиП 2.02.01-83). Москва, 1986г.