

N2, 2000

## **LA\_FEM.ME - база данных символьного варианта МКЭ: принципы организации и технология разработки**

**А.А.Слеповичев**

### *Введение*

Развитие теории расчета инженерных сооружений, исторически связанное с разработкой и исследованием аналитических моделей конструктивных систем методами теории упругости, математического анализа и вычислительной математики, претерпело кардинальные изменения с возникновением такого универсального аппарата численного анализа, как метод конечных элементов (МКЭ). Необычайная популярность и широкое распространение МКЭ в практике проектирования и конструирования последних десятилетий объясняются большой физической прозрачностью, высокой алгоритмичностью метода и простотой реализации его основных операций на базе современной компьютерной техники. Вычислительные комплексы МКЭ (*ASKA, NASTRAN, SPAR, SAP, COSMOS-M, ANSYS, МИРАЖ, ЛИРА, SCAD*) позволяют с высокой точностью определить поля напряжений, деформаций и температур для плоских и пространственных конструкций от нагрузок и воздействий различной природы (гравитационных, тепловых, электромагнитных). Однако с развитием математической теории МКЭ и расширением вычислительных и графических возможностей современных компьютеров резко возросли требования к качеству разработки самих конечно-элементных моделей, обеспечению возможностей их верификации, контроля правильности составления и ввода больших массивов исходной информации, обоснованию правомерности использования и оценки точности тех или иных разновидностей конечных элементов. Удовлетворительное решение этих вопросов при реализации МКЭ требует от инженера-расчетчика достаточно высокой математической квалификации и навыков системного программирования. Кроме того, работа пользователя с вычислительными комплексами конечно-элементного анализа, представляющими собой достаточно сложные компьютерные системы, подчас недостаточно эффективна ввиду малой доступности библиотек аналитического описания матриц жесткости и реакций используемых типов КЭ, "вшитых" в программное ядро комплекса, сложности их вывода и модификации в процессе решения задачи.

### *Цель и проблематика работы*

Для частичного преодоления вышеуказанных затруднений в настоящей работе предложены принципы формирования и организации базы данных (БД) матриц жесткости и реакций КЭ различных типов в символьной и смешанной (символьно-цифровой) формах. Располагая набором таких матриц, содержащимся в БД, пользователь имеет возможность: а) генерации символьных, цифровых и смешанных выражений коэффициентов указанных матриц; б) тестирования и априорной оценки точности матриц в зависимости от варьируемых типа аппроксимации, значений параметров жесткости и геометрических размеров элемента; в) формирования матрицы жесткости ансамбля КЭ в символьной и символьно-цифровой формах; г) исследования чувствительности конечно-элементной модели - "отклика" ее основных характеристик (потенциальной энергии деформаций, интегральной жесткости, массы) на изменение геометрических и физико-механических характеристик отдельных элементов или групп КЭ.

### *Математический аппарат и программные средства*

Организация базы данных символьного варианта МКЭ [5,10], позволяющей обеспечить хранение и многократное использование крупных массивов символьной, цифровой и смешанной информации, упорядоченных по определенному набору критериев, производится

на основе использования:

- 1) аппарата теории баз данных [1,3];
- 2) систем компьютерной алгебры (СКА) MathCAD 8.0, Mathematica 3.0, Maple V ;
- 3) среды визуального программирования VBA;
- 4) табличного процессора EXCEL 7.0 платформы MS Office.

Проблемы обработки структурированных подобным образом массивов информации возникают, в частности, при совместной реализации задач конечно-элементного анализа и синтеза параметров конструктивных систем [6-8]. Представление массивов алгебраических выражений (кортежей) с полиномиальной структурой, порождаемых в процессе символьной генерации конечно-элементных моделей задач данного типа в виде объектных классов (доменов) БД позволяет: а) избежать потери точности вычислений, свойственной цифровым методам; б) изменить тип математической модели задач анализа и оптимизации на отдельных этапах вычислительного процесса; в) обеспечить компактное хранение, развертывание и корректировку протоколов (подпрограмм) и результатов промежуточных этапов вычислений. Кроме того, при данном подходе традиционный набор операций систем компьютерной алгебры для работы с указанными структурами может быть значительно расширен за счет использования ряда специфических операций реляционной алгебры БД - сортировки, поиска, согласования и фильтрации данных по наборам критериев, определяемых пользователем БД.

### **Этапы разработки базы данных**

**На первом этапе** создания базы данных средствами систем компьютерной алгебры осуществлялась генерация символьных матриц жесткости и реакций конечных элементов (КЭ) следующих типов:

- 2-, 3- и 4- узловые пространственные стержневые КЭ с линейной, квадратичной и кубической аппроксимацией поля перемещений и числом степеней свободы от 12 до 24;
- мембранные, пластинчатые и оболочечные КЭ треугольной, прямоугольной и произвольной четырехугольной форм с числом узлов от 3 (4) до 8, с линейной, квадратичной и кубической аппроксимацией поля перемещений и числом степеней свободы от 6 до 32;
- трехмерные КЭ в форме тетраэдра и параллелепипеда, с числом узлов от 4 (8) до 20, с линейной, квадратичной и кубической аппроксимацией поля перемещений и числом степеней свободы от 12 до 60.

Ввиду ограниченности возможностей прямой реализации всего комплекса символьных операций генерации (вычисление определителей, обращение, вычисление внешних произведений плотнозаполненных матриц порядка 10-20 и более) современными СКА в рамках единственной сессии вычислений для большинства задач осуществлялось распараллеливание вычислительного процесса и векторизация данных отдельных этапов вычислений [6,9]. Особенности программирования вычислений были: а) автоматизированная генерация модульных кодов циклических операций подпрограмм СКА средствами VBA; б) построение древовидных (графовых) моделей процесса вычислений и оптимизация времени и объема последних; в) получение сверток результатов вычислений в индексной и детерминантной формах.

**На втором этапе** разработки производилось размещение окончательных выражений компонентов матриц жесткости (или их сверток), полученных в СКА, в структурированных файлах вывода или таблицах рабочих книг *Excel MS Office*. Преимуществами последней формы хранения результатов являются возможности: *а)* представления данных в любом из требуемых форматов (текст, символ, формула, гипертекст); *б)* проведения символьных, цифровых или смешанных операций с данными перечисленных форматов; *в)* варьирования характеристик КЭ в широком диапазоне численных значений базовых параметров геометрии и жесткости.

**Третьим этапом** являлось выполнение операций ансамблирования КЭ на основе связывания блочных (или одноколоночных) таблиц БД и представления результирующей таблицы в традиционном и/или модифицированном диагональном форматах. Предварительное построение топологической схемы элементов ансамбля КЭ в виде сети из набора вложенных именованных областей (многоугольников) обеспечило простоту кода соответствующих алгоритмических процедур.

**Четвертый этап** работы с БД - решение задач символьного анализа чувствительности и оптимизации параметров отдельных КЭ и ансамбля в целом [8]. Возможность таких исследований основана на связи блоков матрицы жесткости ансамбля с блоками исходных матриц жесткости КЭ и автоматической модификации блоков матрицы ансамбля при изменении элементов матриц КЭ. При реализации данного этапа использовалась техника работы со "сценариями" исходных данных, стандартные пакеты численных методов оптимизации и нетрадиционные комбинаторные алгоритмы [7].

Конечно-элементная база данных **LA\_FEM.ME** является открытой системой некоммерческого использования. Библиотека КЭ в настоящее время насчитывает около 40 типов элементов и постоянно пополняется. Автор готов рассмотреть предложения коллег по расширению приоритетов БД и учесть их пожелания о необходимости и порядке очередности разработки тех или иных разновидностей символьных КЭ.

### **Литература**

1. Ахо А., Альфред В., Ульман Дж. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции: Пер. с англ. - Т. 1. - М.: Мир, 1978. - 612 с.
2. Галлагер Р. Метод конечных элементов: Основы. - Пер. с англ. - М.: Мир, 1984.
3. Дейт К. Введение в системы баз данных: Пер. с англ. - Киев: Диалектика, 1998. 784 с.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. - Пер. с англ. - М.: Мир, 1975.
5. Слеповичев А.А. Алгоритмы символьной генерации конечно-элементных матриц в системах аналитических вычислений. // Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте. Сб. трудов. IY Междунар. конф. - 29-30 июня 1999 г. - СПб.: ПГУПС, 1999. - С. 136-142.
6. Слеповичев А.А. Декомпозиционные алгоритмы символьных решений задач анализа и синтеза конечно-элементных систем. // Совершенствование методов расчета

строительных конструкций зданий и сооружений: Сб. науч. тр. - Хабаровск: Изд-во Хабар. тех. ун-та, 1999. - Вып. 2. - С.17-25.

7. Слеповичев А.А. Комбинаторный подход к формализации задач символьного анализа чувствительности и оптимизации конечно-элементных систем. - Труды молодых ученых. Ч. 1. - СПб.: СПбГАСУ, 1999. - С. 112-116.
8. Слеповичев А.А. Символьный анализ чувствительности высших порядков при проектировании конечно-элементных систем. // XVI Междунар. конф. "Мат. моделирование в механике деформируемых тел. Методы гранич. и конеч. элементов", 23-26 июня 1998 г.,: Тез. докл. - СПб., 1998. - Т. 2. - С. 61-64.
9. Слеповичев А.А. Способы организации вычислений элементов базы данных символьного метода конечных элементов. // МСУТП-99: Методы и средства управления технологич. процессами, 25-27 октября 1999 г. // Сб. тр. 3-й Междунар. научн. конф. - Саранск: Изд-во Мордовского ун-та, 1999. - С. 285-289.
10. Слеповичев А.А. Формирование базы данных конечно-элементного анализа и оптимизации пластинчато-стержневых конструкций // Материалы 55-й науч. конф. проф., препод., науч. раб., инж. и аспирантов ун-та. - Ч. 1. - СПб., СПбГАСУ, 1998. - С. 88-90.